

3.8 Résolution d'équations exponentielles

Exemple 1 : Résous.

a) $6^x = 7^{x+1}$

$$\log 6^x = \log 7^{x+1}$$

$$x \log 6 = (x+1) \log 7$$

$$0,778x = 0,845(x+1)$$

$$0,778x = 0,845x + 0,845$$

$$-0,067x = 0,845$$

$$x = -12,61$$

b) $3^{x+2} = 5^{2x-3}$

$$\log 3^{x+2} = \log 5^{2x-3}$$

$$(x+2) \log 3 = (2x-3) \log 5$$

$$x \log 3 + 2 \log 3 = 2x \log 5 - 3 \log 5$$

$$0,477x + 0,954 = 1,39x - 2,097$$

$$3,051 = 0,913x$$

$$x = 3,34$$

"B"

$$x \log 3 - 2x \log 5 = -2 \log 3 - 3 \log 5$$

$$x (\log 3 - 2 \log 5) = -2 \log 3 - 3 \log 5$$

$$x = \frac{-2 \log 3 - 3 \log 5}{\log 3 - 2 \log 5}$$

Exemple 2 : Le plomb 210 est un nucléide radioactif. Si la masse d'un échantillon de 8 g de Pb-210 est réduite à 6,75 g en 5 ans, quelle est la demi-vie, au dixième d'année près, du Pb-210 ?

$$\frac{6,75}{8} = \frac{8}{8} \left(\frac{1}{2}\right)^{5/d}$$

$$\log \left(\frac{6,75}{8}\right) = \log \left(\frac{1}{2}\right)^{5/d}$$

$$\log \left(\frac{6,75}{8}\right) = \frac{5}{d} \log \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$d = \frac{5 \log \frac{1}{2}}{\log \left(\frac{6,75}{8}\right)}$$

$$d = 20,59 \text{ ans}$$

Exemple 3 : Hystérique, Jean-Paul investit 5 000\$ dans un CPG rapportant 6% d'intérêt annuel, capitalisé mensuellement pour la formation du fils de son tigre qui vient tout juste de naître. L'investissement servira à former le nouveau tigre dans une école spécialisée pour succéder à son paternel. Le coût de la formation est de 7 000\$. Dans combien de temps le tigreau pourra suivre la formation ?

$$M = 7000$$

$$C = 5000$$

$$i = \frac{0,06}{12} = 0,005$$

$$n = t \div \frac{1}{12} = 12t$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$7000 = 5000(1+0,005)^{12t}$$

$$\log \left(\frac{7000}{5000}\right) = \log (1,005)^{12t}$$

$$\log \left(\frac{7}{5}\right) = 12t \log (1,005)$$

$$\frac{\log \left(\frac{7}{5}\right)}{12 \log (1,005)} = t$$

$$t = 5,62$$

$$5 \text{ ans } 0,62 \times 12 = 7,44$$

donc 5 ans et 8 mois

Dans 5 ans et 8 mois.