## RAS 3.8 Équations exponentielles à bases équivalentes

Partie 1

Exemple 1 : Résous.

a) $\frac{8^{x+6}}{16^{2x-1}} = 32^{3x-4}$

$$\frac{(2^3)^{x+6}}{(2^4)^{2x-1}} = (2^5)^{3x-4}$$

$$\frac{2^{3x+18}}{2^{8x-4}} = 2^{15x-20}$$

$$2^{3x+18-(8x-4)} = 2^{15x-20}$$

$$2^{-5x+22} = 2^{15x-20}$$

$$-5x+22 = 15x-20$$

$$\frac{42}{20} = \frac{20x}{20}$$

$$\boxed{x = \frac{21}{10}}$$

b) $27^{x+3} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x-5}$

$$(3^3)^{x+3} = \left(\frac{1}{3^2}\right)^{2x-5}$$

$$3^{3x+9} = (3^{-2})^{2x-5}$$

$$3^{3x+9} = 3^{-4x+10}$$

$$3x+9 = -4x+10$$

$$7x = 1$$

$$\boxed{x = 1/7}$$

c) $3^{(x^2)} = \frac{\sqrt{27^{4x}}}{81}$

$$3^{(x^2)} = \frac{\sqrt{(3^3)^{4x}}}{3^4}$$

$$3^{x^2} = \frac{(3^{12x})^{1/2}}{3^4}$$

$$3^{x^2} = \frac{3^{6x}}{3^4}$$

$$3^{x^2} = 3^{6x-4}$$

$$x^2 = 6x-4$$

$$x^2-6x-4=0$$

$$\boxed{x = 3 \pm \sqrt{5}}$$

d) $9^{x+1} + 3^{2x} = 7290$ (Parcours C)

$$(3^2)^{x+1} + 3^{2x} = 7290$$

$$3^{2x+2} + 3^{2x} = 7290$$

$$3^{2x} \cdot 3^2 + 3^{2x} = 7290$$

$$3^{2x}(3^2+1) = 7290$$

$$\frac{3^{2x}(\cancel{10})}{\cancel{10}} = \frac{7290}{10}$$

$$3^{2x} = 729$$

$$3^{2x} = 3^6$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{6}{2}$$

$$\boxed{x = 3}$$

Devoir : Parcours B : Omnimaths 12, pages 89-90, nos 1-14, 16, 24abcd

Parcours C : Omnimaths 12, pages 89-90, nos 1-16, 24abcdef

## Partie 2

Exemple 1 : Un certain type de bactérie ~~triple~~ double sa population toutes les 25 heures. Il y a 2 000 bactéries au départ.

a) Écris une fonction qui représente cette situation.
b) Combien de bactérie va-t-il y avoir dans 4 jours ?
c) Combien de bactérie y avait-il trois jours passés?
d) Dans combien de temps y aura-t-il ~~1 458 000~~ 512000 de bactéries?

a)

| temps | 0 | 25 | 50 | 75 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|
| population | 2000 | 2000×2 | 2000×2×2 | 2000×2×2×2 | 2000× 2×2×2×2 |

$$\boxed{P(t) = 2000\,(2)^{t/25}}$$

b)

$$t = 4 \times 24 = 96$$

$$P(96) = 2000(2)^{96/25} \approx \boxed{135\,886 \text{ bactéries}}$$

c)

$$t = 3 \times 24 = -72$$

$$P(-72) = 2000(2)^{-72/25} = \boxed{84 \text{ bactéries}}$$

d)

$$512000 = 2000(2)^{t/25}$$

$$\frac{512000}{2000} = 2^{t/25}$$

$$256 = 2^{t/25}$$

$$2^8 = 2^{t/25}$$

$$8 = \frac{t}{25}$$

$$200 = t$$

$$\boxed{t = 200 \text{ heures}}$$

Exemple 2 : Pour déterminer si une personne est atteinte de déficience thyroïdienne, on injecte dans son sang de l'iode radioactif dont la demi-vie est de 8,2 ~~d~~ jours. Si la glande thyroïde de cette personne fonctionne bien, elle absorbera toute la radioactivité. Après combien de temps devrait-il rester seulement 6,25 % de l'iode radioactif dans la glande thyroïde d'une personne bien portante? ?

| temps | 0 | 8,2 | 16,4 | ... | ? | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| % | 100% | 50% | 25% | ... | 6,25% | ... |

$$Q(t) = 100\,(1/2)^{t/8,2}$$

$$6,25 = 100\,(1/2)^{t/8,2}$$

$$0,0625 = (1/2)^{t/8,2}$$

$$\frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/8,2}$$

$$\frac{1}{2^4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/8,2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/8,2}$$

$$4 = \frac{t}{8,2}$$

$$4(8,2) = t$$

$$\boxed{t = 32,8 \text{ jours}}$$

Exemple 3 : Une culture bactérienne contient 3 000 bactéries. Après 3 heures, on estime qu'elle en contient 48 000. Combien de temps faut-il à cette bactérie pour doubler sa population s'il y a croissance exponentielle?

| temps | | | | ... | 3 heures |
|---|---|---|---|---|---|
| # bactéries | 3000 | 6000 | 12000 | ... | 48000 |

$$Q(t) = 3000\,(2)^{t/d}$$

$$48000 = 3000\,(2)^{3/d}$$

$$\frac{48000}{3000} = 2^{3/d}$$

$$16 = 2^{3/d}$$

$$2^4 = 2^{3/d}$$

$$4 = \frac{3}{d}$$

$$d = 3/4$$

Il faut 45 minutes pour doubler sa population

Exemple 4 (Parcours C) : Résous. $4^x + 16 = 10(2^x)$

$$(2^2)^x + 16 = 10\,(2^x)$$

$$(2^x)^2 + 16 = 10\,(2^x) \qquad \text{posons } 2^x = y$$

$$y^2 + 16 = 10y$$

$$y^2 - 10y + 16 = 0 \qquad \underline{-2} \times \underline{-8} = 16 \quad \underline{-2} + \underline{-8} = -10$$

$$y^2 - 2y / -8y + 16 = 0$$

$$y(y-2) - 8(y-2) = 0$$

$$(y-2)(y-8) = 0$$

$$y = 2 \qquad y = 8$$

$$2^x = 2 \qquad 2^x = 8$$

$$2^x = 2^3$$

$$\boxed{x = 1} \qquad \boxed{x = 3}$$

Devoir: Parcours B : Omnimaths 12, page 90, nos 20-23, 25-28, 32

Parcours C : Omnimaths 12, page 90, nos 21, 22, 25-28, 30, 32, 34ab