RAS 3.5 Les systèmes d'équations semi-linéaires

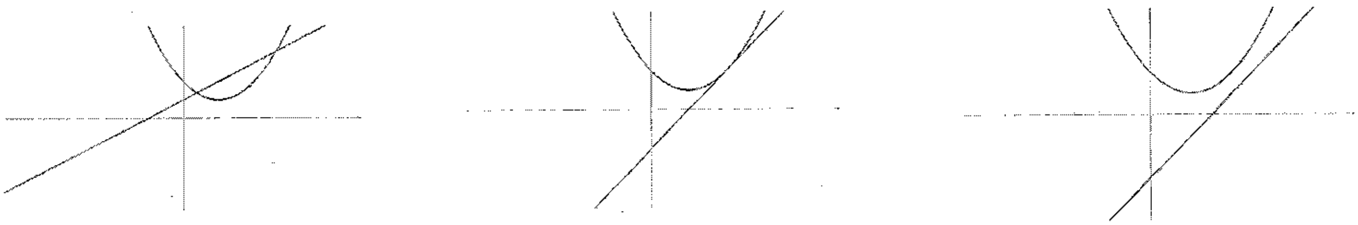
Cours 1 - 3.2 Retour sur les équations quadratiques

Devoir : Parcours B : Visions, pages 108-117, nos 6ad, 13ac, 18ad, 19abcd, 28ab
Parcours C : Visions, pages 108-117, nos 6ad, 8bfi, 13ac, 18ad, 19abcd, 22abc

Cours 2 - 3.5 Les systèmes d'équations semi-linéaires

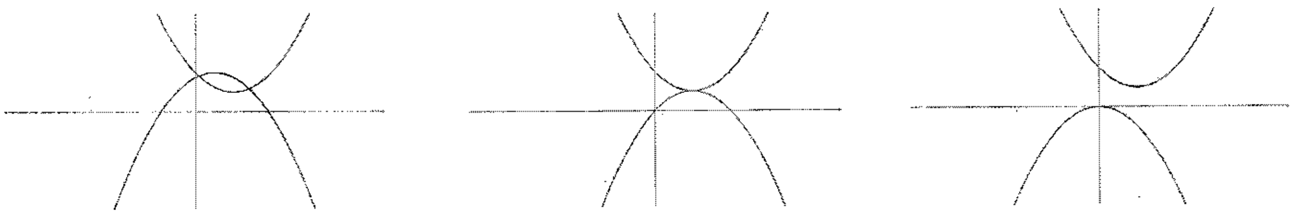
Des droites et des paraboles

Une droite peut intersecter une parabole en deux points, en un point ou en aucun point. Les figures ci-dessous présentent les trois possibilités.



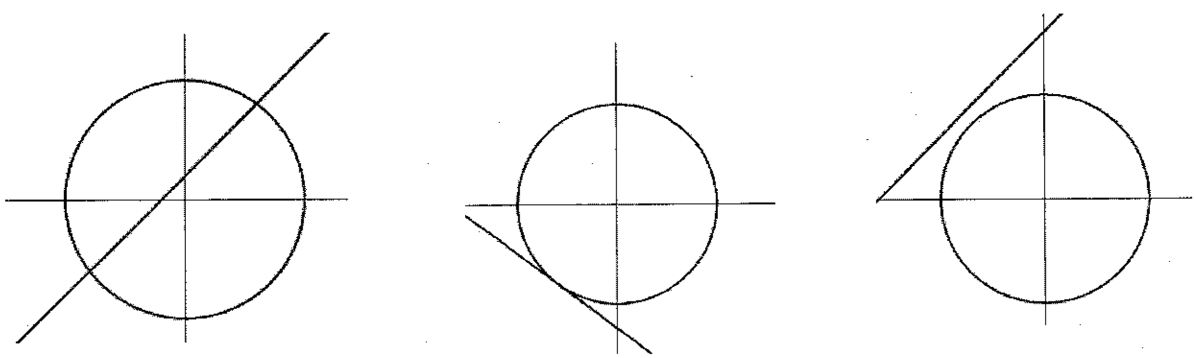
Des paraboles et des paraboles

Une parabole peut intersecter une autre parabole en deux points, en un point ou en aucun point. Les figures ci-dessous présentent les trois possibilités.



Des droites et des cercles (Parcours C)

Une droite peut intersecter un cercle en deux points, en un point ou en aucun point. Les figures ci-dessous présentent les trois possibilités.



Note : Dans le cas où la droite a un seul point d'intersection, il s'agit de la tangente.

Exemple 1 : Détermine le(s) point(s) d'intersection des systèmes d'équations semi-linéaires suivants.

a) $y = x + 2$

$y = (x-1)^2 + 1$

$x+2 = (x-1)^2+1$

$x+2 = (x-1)(x-1)+1$

$x+2 = x^2-2x+1+1$

$x+\cancel{2} = x^2-2x+\cancel{2}$

$0 = x^2-3x$

$x^2-3x = 0$

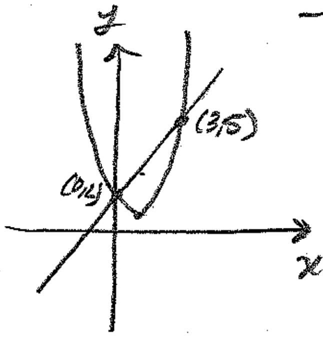
$x(x-3) = 0$

$x = 0$ ou $x = 3$

$y = 0+2$ $\quad$ $y = 3+2$

$y = 2$ $\quad$ $y = 5$

Les points d'int. sont $(0,2)$ et $(3,5)$



b) $y = -x + 2$

$y = x^2 - x + 2$

$-x+2 = x^2-x+2$

$0 = x^2 \cancel{-x} \cancel{+x} \cancel{+2} \cancel{-2}$

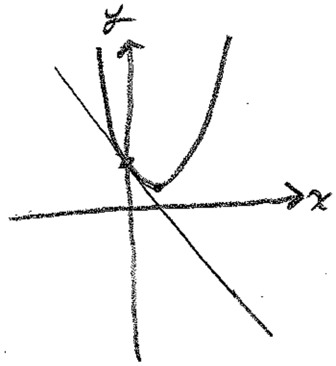
$x^2 = 0$

$x = 0$

$y = -0+2$

$y = 2$

Le point d'intersection est $(0,2)$



c) $y = x^2 + 4x$

$y = -(x+4)^2 + 6$

$x^2+4x = -(x+4)(x+4)+6$

$x^2+4x = -(x^2+8x+16)+6$

$x^2+4x = -x^2-8x-16+6$

$2x^2+12x+10 = 0$

$\frac{2(x^2+6x+5)}{2} = \frac{0}{2}$

$x^2+6x+5 = 0$ $\qquad$ $\underline{1} \times \underline{5} = 5$, $\underline{1} + \underline{5} = 6$

$x^2+x+5x+5 = 0$

$x(x+1)+5(x+1) = 0$

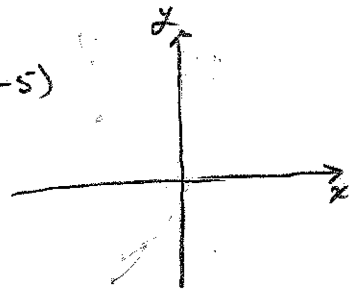
$(x+1)(x+5) = 0$

$x = -1$ ou $x = -5$

$y = (-1)^2+4(-1)$ $\quad$ $y = (-5)^2+4(-5)$

$y = -3$ $\quad$ $y = 5$

Les points d'int. sont $(-1,-3)$ et $(-5,5)$



d) (Parcours C)

$3x - y - 5 = 0$

$y = 3x - 5$

$x^2 + y^2 = 25$

$x^2+(3x-5)^2 = 25$

$x^2+(3x-5)(3x-5) = 25$

$x^2+9x^2-30x+\cancel{25} = \cancel{25}$

$10x^2-30x = 0$

$\frac{10(x^2-3x)}{10} = \frac{0}{10}$

$x^2-3x = 0$

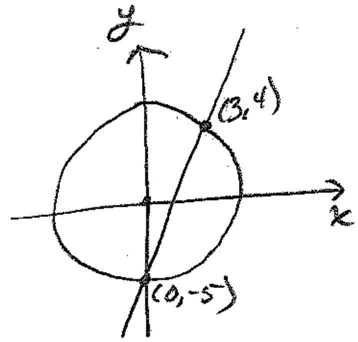
$x(x-3) = 0$

$x = 0$ ou $x = 3$

$y = 3(0)-5$ $\quad$ $y = 3(3)-5$

$y = -5$ $\quad$ $y = 4$

Les points d'int. sont $(0,-5)$ et $(3,4)$



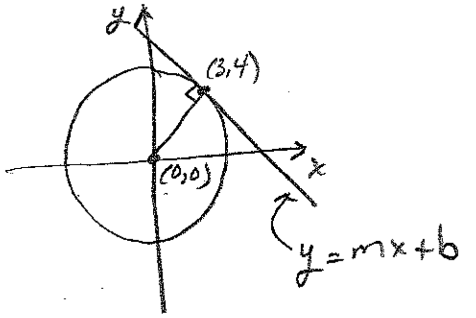
Devoir : Parcours B : Feuille de travail no 1abcdefhi

Parcours C : Feuille de travail no 1egj

Omnimaths 11, pages 488-491, nos 4, 8, 11, 22, 25

Cours 3 - 3.5 Les systèmes d'équations semi-linéaires (Parcours C - seulement)

Exemple 2 : (Parcours C) Écris l'équation de la tangente au cercle défini par l'équation $x^2 + y^2 = 25$ au point P(3, 4).



$m_{rayon} = \frac{4-0}{3-0} = \frac{4}{3}$

$m_{tg} = \frac{-3}{4}$ (Pente de la tg)

$y = \frac{-3}{4}x + b$

$4 = \frac{-3}{4}(3) + b$

$4 = \frac{-9}{4} + b$

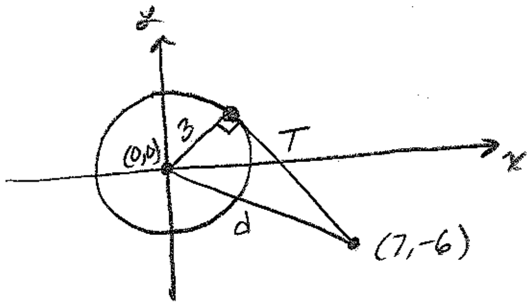
$4 + \frac{9}{4} = b$

$\frac{16}{4} + \frac{9}{4} = b$

$\frac{25}{4} = b$

$\Rightarrow \boxed{y = \frac{-3}{4}x + \frac{25}{4}}$

Exemple 3 : (Parcours C) Trouve la longueur exacte d'une tangente au point P(7, -6) au cercle centré à l'origine de rayon 3.



$d = \sqrt{(7-0)^2 + (-6-0)^2}$

$d = \sqrt{49+36}$

$d = \sqrt{85}$

$3^2 + T^2 = (\sqrt{85})^2$

$T^2 = 85 - 9$

$\sqrt{T^2} = \sqrt{76}$

$T = \pm\sqrt{76}$

$T = \sqrt{76}$

$T = \sqrt{4 \times 19} = \boxed{2\sqrt{19}}$

Devoir : Parcours C :

Omnimaths 11, pages 488-491, 31, 48ab, 57, 60, 71, 73, 83, 90, 97ab