2.1 Les propriétés des logarithmes

Rappels :

En sachant que $10^3 = 1000$, on peut aussi exprimer cette relation en <u>forme exponentielle</u> sous la <u>forme logarithmique</u> : $3 = \log_{10} 1000$.

Soit B > 0, B ≠ 1, x ≥ 1, on a les propriétés suivantes :

- $\log_B 1 = 0$
- $\log_B B = 1$
- $\log_B B^x = x$
- $\log_B x^y = y \log_B x$
- $\log_B x = \frac{\log x}{\log B}$

Exemple 1 : Isole x dans chaque équation.

a) $\log_x 27 = 3$

$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{27}$

$x = 3$

b) $\log x^4 + 2\log x = 12$

$4 \log x + 2 \log x = 12$

$\frac{6 \log x}{6} = \frac{12}{6}$

$\log x = 2$

$10^2 = x$

$x = 100$

c) $\log_{25} x + \log 10 = \log_2 64$

$\log_{25} x + 1 = 6$

$\log_{25} x = 5$

$25^5 = x$

$x = 9\ 765\ 625$

d) $\log_3 x = \log(7)^{\frac{1}{\log 3}}$

$\log_3 x = \frac{1}{\log 3}(\log 7)$

$\frac{\log x}{\log 3} = \frac{\log 7}{\log 3}$

$\log x = \log 7$

$x = 7.$

e) $4^x = 7$

$\log 4^x = \log 7$

$x \log 4 = \log 7$

$x = \frac{\log 7}{\log 4}$

Exercices : Résous.

a) $\log_4 x = 2$ b) $\log_x 3 = 3$ c) $3\log_4 2 + \log_4 8 = \log_4 x$

d) $x = \log_9 3\sqrt{3}$ e) $\log_6 x^2 + \log_6 x = 9$ f) $\log_6 216 = \log_3 x$

g) $x = 3\log_5 25 - 2\log_{25} 5$ h) $6^x = 12$ i) $12^x = 6$

Corrigé

a) $\log_4 x = 2$

$x = 4^2$

$x = 16$

b) $\log_x 3 = 3$

$x^3 = 3$

$x = \sqrt[3]{3}$

c) $3\log_4 2 + \log_4 8 = \log_4 x$

$3\log_4 2 + 3\log_4 2 = \log_4 x$

$6\log_4 2 = \log_4 x$

$\log_4 2^6 = \log_4 x$

$X = 2^6$

$x = 64$

d) $x = \log_9 3\sqrt{3}$

$9^x = 3\sqrt{3}$

$3^{2x} = 3^1 \cdot 3^{1/2}$

$3^{2x} = 3^{3/2}$

$2x = 3/2$

$x = 3/4$

e) $\log_6 x^2 + \log_6 x = 9$

$2\log_6 x + \log_6 x = 9$

$3\log_6 x = 9$

$\log_6 x = 3$

$6^3 = x$

$x = 216$

F) $\log_6 216 = \log_3 x$

$3 = \log_3 x$

$3^3 = x$

$x = 27$

g) $x = 3\log_5 25 - 2\log_{25} 5$

$x = 3(2) - 2(1/2)$

$x = 6 - 1$

$x = 5$

h) $6^x = 12$

$\log 6^x = \log 12$

$x \log 6 = \log 12$

$x = \dfrac{\log 12}{\log 6}$

i) $12^x = 6$

$\log 12^x = \log 6$

$x \log 12 = \log 6$

$x = \dfrac{\log 6}{\log 12}$