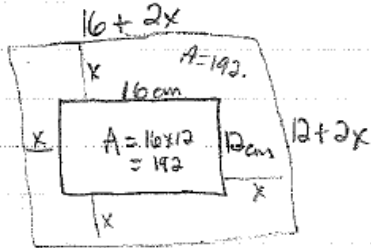


3.8 Résolution d'équations quadratique – résolution de problèmes

1. Avant d'encadrer une photographie de 16 cm sur 12 cm, on doit l'entourer d'une cache. La largeur de la cache doit être la même de chaque côté de la photographie. L'aire du cache doit être égale à l'aire de la photographie. Détermine la largeur du cache.



largeur: $12 + 2x$
longueur: $16 + 2x$

$$A_T = L \cdot x \cdot l$$

$$A_{\text{photo}} + A_{\text{cache}} = (16 + 2x)(12 + 2x)$$

$$192 + 192 = 192 + 32x + 24x + 4x^2$$

$$384 = 192 + 56x + 4x^2$$

$$4x^2 + 56x - 192 = 0$$

$$x^2 + 14x - 48 = 0$$

$$x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 - 4(1)(-48)}}{2}$$

$$x = \frac{-14 \pm \sqrt{388}}{2}$$

$$x = \frac{-14 \pm 19,7}{2}$$

$$x = 2,85$$

$$x = -16,85$$

↑
rejeter car < 0

La largeur ^{uniforme} du cache est de 2,85 cm.

2. On additionne deux nombres entiers consécutifs. Le carré de leur somme est 361. Quels sont ces nombres?

1^{er} nombre: x
2^e nombre: $x+1$

$$(x + x + 1)^2 = 361$$

$$2x + 1 = 361$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 361$$

$$4x^2 + 4x - 360 = 0$$

$$x^2 + x - 90 = 0$$

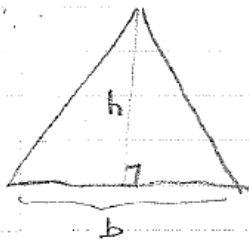
$$(x + 10)(x - 9) = 0$$

$$x = -10 \quad x = 9$$

$$\text{et } -10 + 1 = -9 \quad \text{et } 9 + 1 = 10$$

Les deux nombres sont -10 et -9 ou 9 et 10.

3. La hauteur d'un triangle mesure 2 unités de plus que la longueur de sa base. L'aire du triangle mesure 10 unités carrées. Trouve la longueur de la base, au centième près.



hauteur: $x+2$

base: x

$$A = \frac{bh}{2}$$

$$10 = \frac{x(x+2)}{2}$$

$$20 = x^2 + 2x$$

$$0 = x^2 + 2x - 20$$

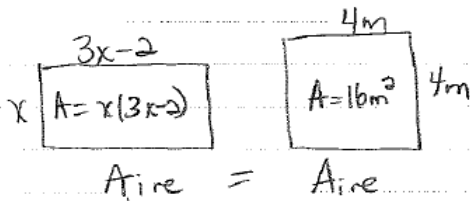
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(1)(-20)}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{84}}{2}$$

$$x = 3,58 \quad x = -5,58$$

La base du triangle mesure 3,58 unités.

4. Un tapis rectangulaire et un tapis carré ont des aires égales. La longueur de côté du tapis carré mesure 4 m. La longueur du tapis rectangulaire mesure 2 m moins que trois fois sa largeur. Quelles sont les dimensions du tapis rectangulaire?



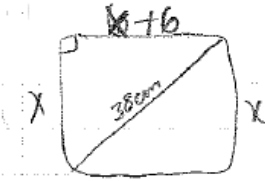
x : largeur
 $3x-2$: longueur

$$\begin{aligned} x(3x-2) &= 16 \\ 3x^2 - 2x - 16 &= 0 \\ 3x^2 + 6x - 8x - 16 &= 0 \\ 3x(x+2) - 8(x+2) &= 0 \\ (x+2)(3x-8) &= 0 \\ x &= -2 \quad x = \frac{8}{3} \approx 2,7 \end{aligned}$$

largeur: 2,7m
longueur: $3(2,7) - 2 = 6,1$ m

Les dimensions du tapis rectangulaire est 2,7m x 6,1m

5. On se sert habituellement de la longueur de sa diagonale pour indiquer la taille d'un écran de téléviseur ou d'ordinateur. Un écran a une diagonale de 38 cm. La largeur de l'écran mesure 6 cm de plus que sa hauteur. Trouve les dimensions de l'écran, au dixième de centimètre près.



x : largeur
 $x+6$: longueur

$$x^2 + (x+6)^2 = 38^2$$

$$x^2 + x^2 + 12x + 36 = 1444$$

$$2x^2 + 12x - 1408 = 0$$

$$x^2 + 6x - 704 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(-704)}}{2}$$

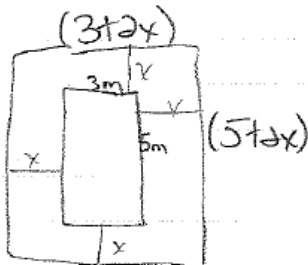
$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 2816}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{2852}}{2}$$

$$x = 23,7 \quad x = -17,9$$

Les dimensions de l'écran sont 23,7 cm x 29,7 cm.

6. Un tapis présente en son centre une mosaïque rectangulaire de 5 m sur 3 m entourée d'une bordure unie de largeur uniforme. L'aire totale du tapis est de 24 m². Trouve la largeur de la bordure.



x : largeur uniforme

$$(3+2x)(5+2x) = 24$$

$$15 + 16x + 4x^2 = 24$$

$$4x^2 + 16x - 9 = 0$$

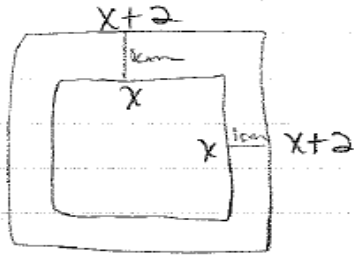
$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{256 - 4(4)(-9)}}{8}$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{400}}{8}$$

$$x = 0,5 \quad x = -4,5$$

la largeur uniforme est 0,5 m.

7. Si on place un cadre d'une largeur de 1 cm autour d'une photographie carré, l'aire combinée de la photographie et du cadre mesure 169 cm^2 . Si le prix pour faire finir une photo est de $0,05\$/\text{cm}^2$, combien a-t-on payé pour faire finir cette photographie ?



$A_f = 169 \text{ cm}^2$
 x : largeur de la photo

$$\begin{aligned} (x+2)(x+2) &= 169 \\ x^2 + 4x + 4 &= 169 \\ x^2 + 4x - 165 &= 0 \\ (x+15)(x-11) &= 0 \\ x &= \cancel{15} \quad x = 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{\text{photo}} &= 11 \times 11 \\ &= 121 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 121 \times 0,05 \\ 6,05\$ \end{aligned}$$

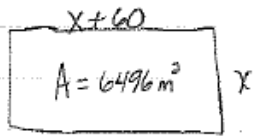
Le prix de la photo était de $6,05\%$

8. La fonction $h(t) = -5t^2 + 20t + 2$ correspond à la hauteur d'un ballon de football en fonction du temps, t , en secondes, qu'il passe dans les airs après qu'on l'a lancé. Le ballon touche le sol avant qu'un receveur de passe puisse l'attraper. Combien de temps le ballon passe-t-il dans les airs, au dixième de seconde près?

$$\begin{aligned} h(t) &= -5t^2 + 20t + 2 \\ 0 &= -5t^2 + 20t + 2 \\ 5t^2 - 20t - 2 &= 0 \\ t &= \frac{20 \pm \sqrt{400 - 4(5)(-2)}}{10} \\ t &= \frac{20 \pm \sqrt{400 + 40}}{10} \\ t &= \frac{20 \pm \sqrt{440}}{10} \\ t &= 4,097 \quad t = -\cancel{0,98} \end{aligned}$$

Le ballon demeure $4,1 \text{ s}$ dans les airs.

9. Un jardin rectangulaire a une longueur qui mesure 60 m de plus que sa largeur. L'aire du rectangle est de 6496 m². Quelles sont les dimensions du rectangle?



x : largeur $\rightarrow 56$
 $x+60$: longueur $\rightarrow 116$

$$x(x+60) = 6496$$

$$x^2 + 60x - 6496 = 0$$

$$x = \frac{-60 \pm \sqrt{3600 + 25984}}{2}$$

$$x = \frac{-60 \pm \sqrt{29584}}{2}$$

$$x = 56$$

$$x = \cancel{116}$$

$$\begin{aligned} \text{Périmètre} &= 2(56) + 2(116) \\ &= 112 + 232 \\ &= 344 \end{aligned}$$

On aura besoin de 344 m de clôture.

10. En une saison, un magasin d'articles de sport vend 90 vestes de ski à 200 \$ chacune. Chaque fois qu'on réduit le prix de 10\$, on vend 5 vestes de plus. Détermine le nombre de vestes qu'on a vendues et le prix auquel on les a vendues si on a généré des revenus de 17 600\$.

Prix	Vente
200	90
190	95
$(200-10x)$	$(90+5x)$

Nombre d'augmentation

$$R = \text{prix} \times \text{vente}$$

$$17600 = (200-10x)(90+5x)$$

$$17600 = 18000 + 1000x - 900x - 50x^2$$

$$50x^2 - 100x - 400 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-4)(x+2) = 0$$

$$x = 4 \quad x = \cancel{-2}$$

$$\text{prix: } 200 - 10(4)$$

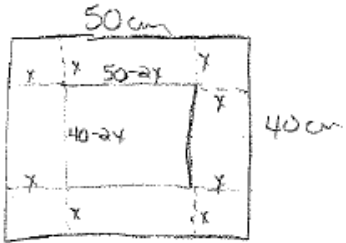
$$160$$

$$\text{vente: } 90 + 5(4)$$

$$110$$

On a vendu 110 vestes à 160\$ chacun.

11. À partir d'un rectangle de fer-blanc de 50 cm sur 40 cm, on découpe des carrés de mêmes dimensions dans chaque coin. Ensuite, on plie les rabats ainsi formés vers le haut pour fabriquer une boîte sans couvercle. L'aire de la base de la boîte mesure 875 cm².
- Détermine la longueur de côté de chaque carré découpé.
 - Détermine le volume de la boîte.



$$(50-2x)(40-2x) = 875$$

$$2000 - 100x - 80x + 4x^2 = 875$$

$$4x^2 - 180x + 1125 = 0$$

$$x = \frac{180 \pm \sqrt{32400 - 18000}}{8}$$

$$x = \frac{180 \pm \sqrt{14400}}{8}$$

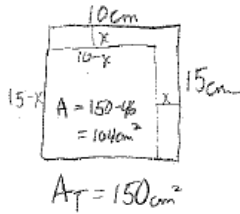
$$x = \cancel{37,5} \quad x = 7,5$$

a) La longueur du carré découpé est 7,5 cm

$$\begin{aligned} \text{b) } V &= B \times h \\ &= 875 \times 7,5 \\ &= 6562,5 \end{aligned}$$

Le volume est de 6562,5 cm³

12. Lorsqu'on utilise seulement une partie d'une photographie pour remplir un espace libre dans un livre ou un magazine, on dit qu'on le recadre. Une photographie mesure 15 cm sur 10 cm au départ. On enlève des bandes de la même largeur sur le bord supérieur et sur le bord gauche de la photographie. Ce recadrage réduit l'aire de 46 cm². Quelles sont les dimensions de la photo



$$(10-x)(15-x) = 104$$

$$150 - 10x - 15x + x^2 = 104$$

$$x^2 - 25x + 46 = 0$$

$$x = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 184}}{2}$$

$$x = \frac{25 \pm \sqrt{441}}{2}$$

$$x = \frac{25 \pm 21}{2} \quad x = 2$$

$$\begin{array}{ll} 15-x & 10-x \\ 15-2 & 10-2 \\ 13 & 8 \end{array}$$

Les nouvelles dimensions de la photographie sont 13 cm x 8 cm