4.1 Mesure manquantes à l'aide des relations métriques (Compréhension et Application)

Redécouvrir le vocabulaire par le jeu de stations

Station 1 : Les angles

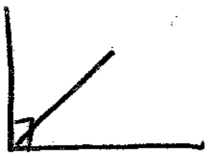
Instructions : Associe chaque degré d'angle à son nom approprié.

Intégration : Fais un résumé des sortes d'angles dans la bulle ci-dessous.

Angle aigu → 22°
Angle obtus → 125°
Angle rentant → 200°
Angle plein → 360°
Angle plat → 180°
Angle droit → 90°

Angles supplémentaires

Angles complémentaires

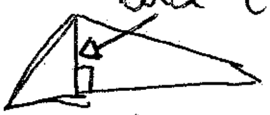


Station 2 : Définition

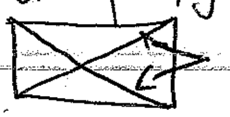
Instructions : Associe les définitions au nom approprié.

Intégration : Fais un résumé des mots en écrivant le mot et le dessin ou la définition dans la bulle ci-dessous.

Hauteur
Segment qui part d'un sommet et tombe à 90° sur la base correspondante



Diagonale
Un segment qui joint 2 sommets non consécutifs d'un polygone

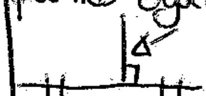


Point milieu
Point qui divise un segment en deux parties égales

Médiane
Segment qui joint un sommet du triangle au milieu du côté opposé

perpendiculaire
Segment qui coupe un autre segment à un angle de 90°

Médiatrice
Perpendiculaire qui coupe un segment en parties égales



Bissectrice
Droite qui passe par le sommet d'un angle et le partage en 2 parties égales.

Station 3 : Droites parallèles et les angles

Instructions : En regardant le dessin des droites parallèles coupées par une sécante, associe les paires d'angle à leur nom approprié.

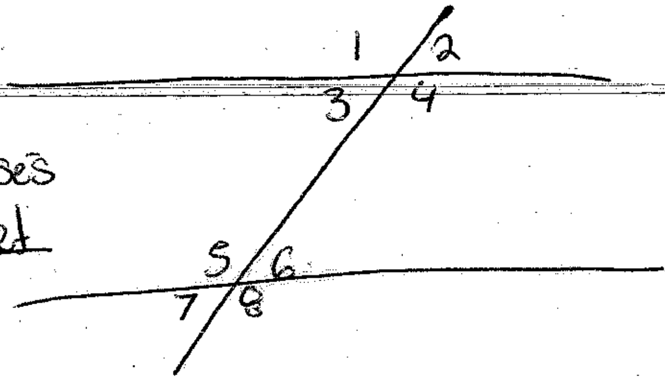
Intégration : Dessine deux droites parallèles et ajoute des exemples de chaque sorte de paires d'angles dans la bulle ci-dessous.

Angles internes

5 et 3
6 et 4

Angles alternes-externes

7 et 2
1 et 8



Angles alternes internes

5 et 4
6 et 3

Angles opposés par le sommet

5 et 8
6 et 7
1 et 4
3 et 2

Angles correspondants

5 et 1
3 et 7
8 et 4
6 et 2

Station 4 : Quadrilatères

Instructions : Associe chaque nom de quadrilatères avec ses propriétés et son dessin ou sa forme géométrique.

Intégration : Fais un résumé des différents quadrilatères en écrivant le nom, la propriété ou le dessin dans la bulle ci-dessous.

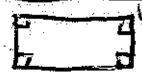
Carré

4 côtés égaux et 4 angles droits

Parallélogramme

Angles opposés égaux et côtés opposés parallèles

Rectangle



4 angles droits et côtés opposés parallèles

Trapèze

2 côtés parallèles

Lo sange

Angles opposés égaux et 4 côtés égaux

Station 5 : Triangles

Instructions : Associe chaque nom de triangle à son dessin

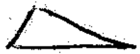
Intégration : Fais un résumé des sortes de triangles dans la bulle.

Triangle rectangle

Triangle rectangle isocèle

Triangle équiangle

Triangle scalène



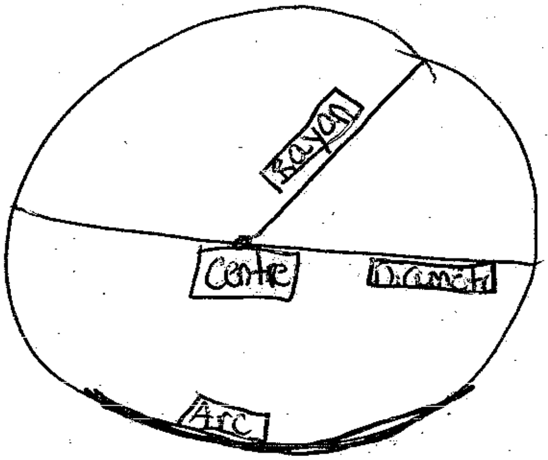
Triangle équilatéral

Triangle isocèle

Station 6 : Cercle

Instructions : Place les mots à la bonne place sur le cercle et identifie les deux formules.

Intégration : Dessine un cercle en identifiant l'information importante dans la bulle.



Aire → πr^2

Circonférence → $2\pi r$ ou πd

Rappel : Théorèmes utiles

Théorème des angles complémentaires (TAC) : Les compléments d'angles congrus sont congrus.

$\angle x \cong \angle x$ (TAC)

* Attention, ne pas mélanger avec la définition d'angle complémentaire

$x + \bullet = 90^\circ$

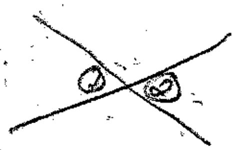
Théorème des angles supplémentaires (TAS) : Les suppléments d'angles congrus sont congrus.

$\angle x \cong \angle x$ (TAS)

* Attention, ne pas mélanger avec la définition d'angle supplémentaire

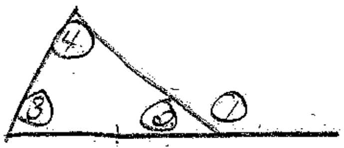
$x + \bullet = 180^\circ$

Théorème des angles opposés par le sommet (TAOS) : Des angles opposés par le sommet sont congrus.



$\angle 1 \cong \angle 2$ (TAOS)

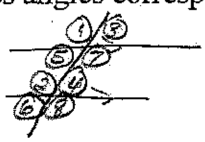
Théorème de l'angle extérieur (TAE) : L'angle extérieur d'un triangle est égal à la somme des angles intérieurs et opposés.



$\angle 1 = \angle 3 + \angle 4$ (TAE)

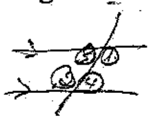
Théorème des droites parallèles (TDP) : Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors :

- Les angles correspondants sont congrus.



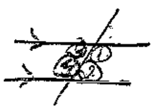
$\angle 7 \cong \angle 8$
$\angle 1 \cong \angle 2$
$\angle 3 \cong \angle 4$
$\angle 5 \cong \angle 6$
(TDP correspondant)

- Les angles alternes-internes sont congrus.



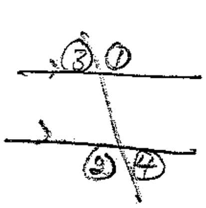
$\angle 1 \cong \angle 2$
$\angle 3 \cong \angle 4$
(TDP alt-int)

- Les angles internes (intérieurs d'un même côté de la sécante) sont supplémentaires.



$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$
$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$
(TDP internes)

- Les angles alternes-externes sont congrus.

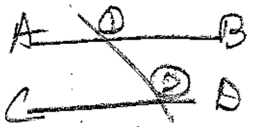


$\angle 1 \cong \angle 2$
$\angle 3 \cong \angle 4$
(TDP alt-ext.)

Réciproque du théorème des droites parallèles (RTDP) :

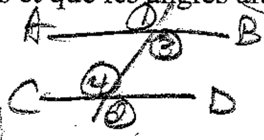
- Si une sécante coupe deux droites et que les angles correspondants sont congrus, alors les droites sont parallèles

Ex :



$\angle 1 \cong \angle 2 \Rightarrow$ droite $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (RTDP correspondants)

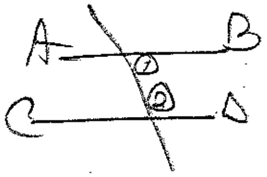
- Si une sécante coupe deux droites et que les angles alternes-internes ou alternes-externes sont congrus, alors les droites sont parallèles.



$\angle 1 \cong \angle 2 \Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (RTDP alt-ext.)

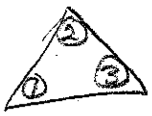
$\angle 3 \cong \angle 4 \Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (RTDP alt-int)

- Si une sécante coupe deux droites et que les angles internes sont supplémentaires, alors les droites sont parallèles.



$\angle 1 + \angle 2 = 180° \Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (RTDP internes)

Théorème de la somme des mesures des angles d'un triangle (TSAT) : Dans tout triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.

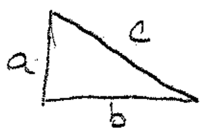


$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$ (TSAT)

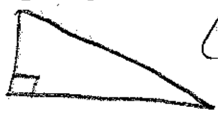
Théorème de Pythagore : Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

$c^2 = a^2 + b^2$ (Pythagore)

Réciproque de théorème de Pythagore : Si le carré d'un côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, le triangle est rectangle et l'angle droit est opposé au plus grand côté.

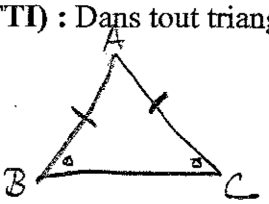


si $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow$



(Réciproque Pythagore)

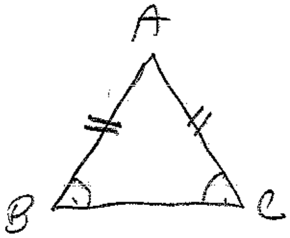
Théorème du triangle isocèle (TTI) : Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés égaux sont égaux.



si $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

$\Rightarrow \angle B \cong \angle C$ (TTI)

Réciproque du triangle isocèle (RTTI) : Si deux des angles d'un triangle sont égaux, alors les côtés opposés à ces deux angles sont égaux.

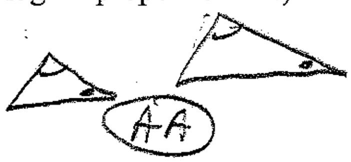


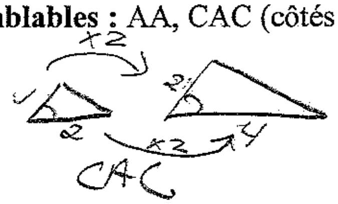
si $\angle B \cong \angle C$

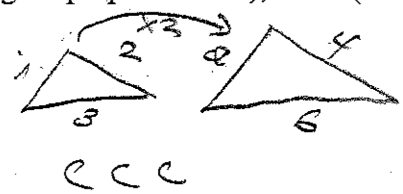
$\Rightarrow \overline{AB} \cong AC$

(RTTI)

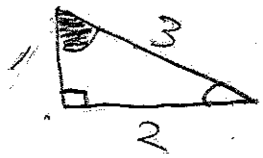
Conditions minimales des triangles semblables : AA, CAC (côtés homologues proportionnels), CCC (côtés homologues proportionnels)



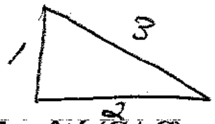




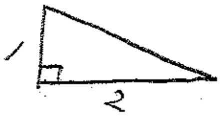
Théorèmes de congruence de deux triangles :



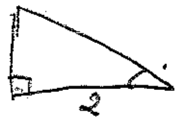
- **côté-côté-côté (CCC)**



- **côté-angle-côté (CAC)**



- **angle-côté-angle (ACA)**



- **angle-anlge-côté (AAC)**

- ~~**hypothénuse-côté (HC)**~~

Définition :
ECTC : Élément correspondant de triangles congrus

Le cercle

- La mesure de l'arc de cercle, en unités de longueur, est proportionnelle à l'angle au centre. Elle est déterminée par la relation :

$$\frac{Longueur\ de\ l'arc}{Circonférence} = \frac{Mesure\ de\ l'angle\ au\ centre}{360°}$$

- La mesure de l'aire d'un secteur est proportionnelle à l'angle au centre. Elle est déterminée par la relation :

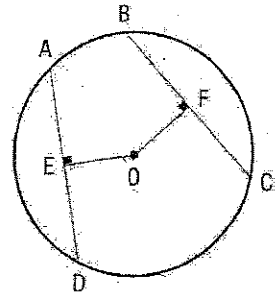
$$\frac{Aire\ du\ secteur}{Aire\ du\ cercle} = \frac{Mesure\ de\ l'angle\ au\ centre}{360°}$$

Voici d'autres théorèmes…

RELATIONS METTANT À PROFIT DES SEGMENTS ET UN CERCLE

Dans un même cercle ou dans deux cercles isométriques, deux cordes isométriques sont situées à la même distance du centre, et réciproquement.

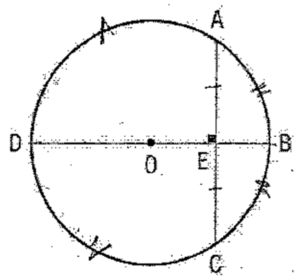
Dans le cercle de centre O :
- si $\overline{AD} \cong \overline{BC}$, alors m $\overline{EO}$ = m $\overline{FO}$;
- si m $\overline{EO}$ = m $\overline{FO}$, alors $\overline{AD} \cong \overline{BC}$.



(TSC deux cordes ⊥ centre)

Tout diamètre perpendiculaire à une corde partage cette corde et chacun des arcs qu'elle sous-tend en deux parties isométriques.

Dans le cercle de centre O :
- $\overline{AE} \cong \overline{CE}$
- $\overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{BC}$
- $\overset{\frown}{AD} \cong \overset{\frown}{CD}$



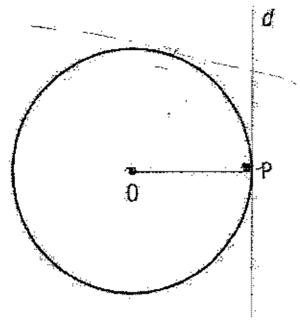
(TSC diamètre ⊥ corde)

RELATIONS METTANT À PROFIT DES DROITES ET UN CERCLE

Une **tangente à un cercle** est une droite qui rencontre un cercle en un seul point.

Toute perpendiculaire à l'extrémité d'un rayon est tangente au cercle et réciproquement.

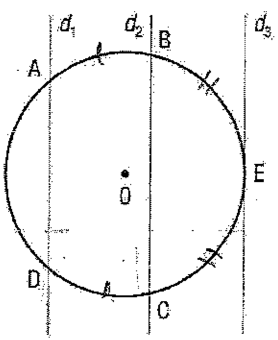
Dans le cercle de centre O :
- si la droite *d* est perpendiculaire au rayon OP en son extrémité, alors elle est tangente au cercle en P ;
- si la droite *d* est tangente au cercle en P, alors elle est perpendiculaire au rayon OP en son extrémité.



(TDC tangente)

Deux parallèles sécantes ou tangentes à un cercle interceptent sur le cercle deux arcs isométriques.

Dans le cercle de centre O :
- si $d_1 \parallel d_2$, alors $\overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{CD}$;
- si $d_2 \parallel d_3$, alors $\overset{\frown}{BE} \cong \overset{\frown}{CE}$.

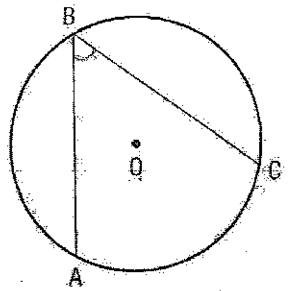


(TDC droite //)

RELATIONS METTANT À PROFIT DES ANGLES ET UN CERCLE

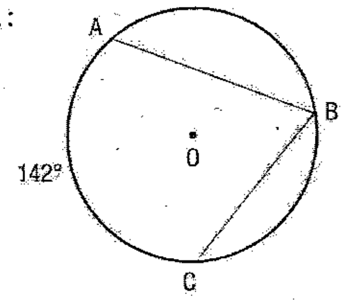
Un **angle inscrit** est un angle dont le sommet est situé sur un cercle et dont les côtés interceptent un arc de ce même cercle.

Un angle inscrit a pour mesure la moitié de celle de l'arc compris entre ses côtés.



$m\angle ABC = \dfrac{m\overset{\frown}{AC}}{2}$

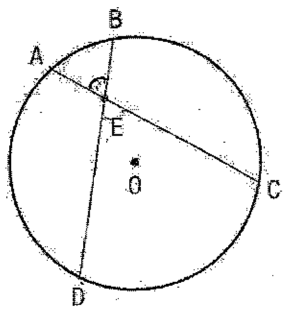
Ex. :



$m\angle ABC = \dfrac{142}{2} = 71°$

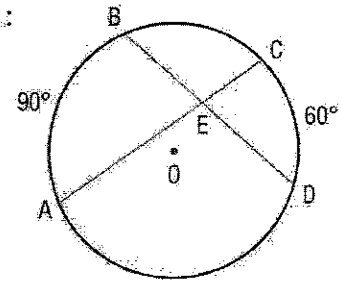
(TAC angle inscrit)

L'angle dont le sommet est situé entre un cercle et son centre a pour mesure la demi-somme des mesures des arcs compris entre ses côtés prolongés.



$m\angle AEB = \dfrac{m\overset{\frown}{AB} + m\overset{\frown}{CD}}{2}$

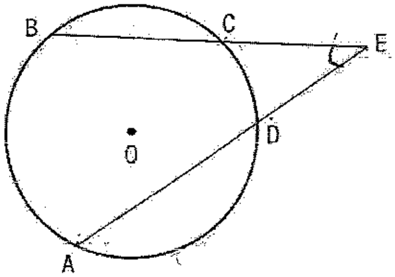
Ex. :



$m\angle AEB = \dfrac{90 + 60}{2} = 75°$

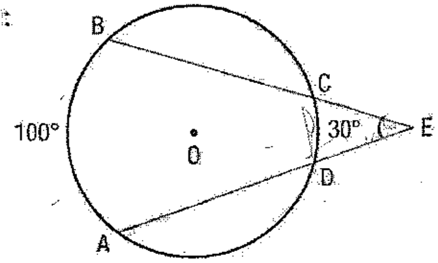
(TAC cordes croisent dans un cercle)

L'angle dont le sommet est situé à l'extérieur d'un cercle a pour mesure la demi-différence des mesures des arcs compris entre ses côtés.



$m\angle AEB = \dfrac{m\overset{\frown}{AB} - m\overset{\frown}{CD}}{2}$

Ex. :

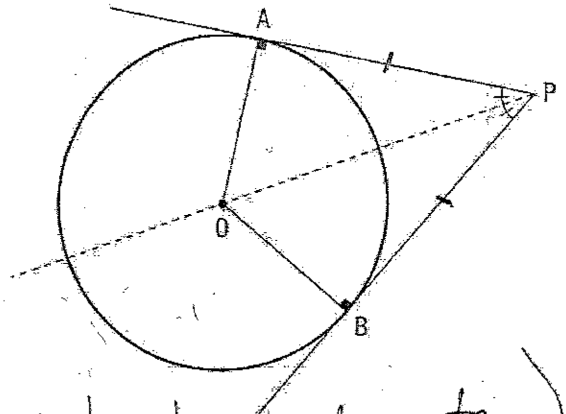


$m\angle AEB = \dfrac{100 - 30}{2} = 35°$

(TAC angle ext. avec séc. ou tg)

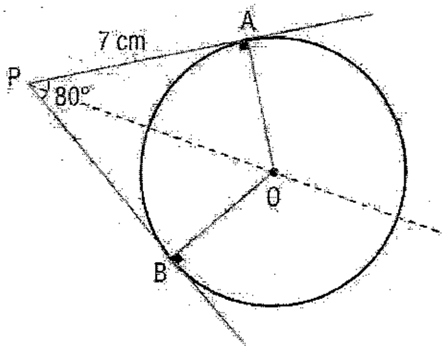
RELATIONS METTANT À PROFIT UN POINT ET UN CERCLE

Si, d'un point P extérieur à un cercle de centre O, on mène deux tangentes aux points A et B du cercle, alors $\overline{OP}$ est la bissectrice de l'angle APB et $\overline{PA} \cong \overline{PB}$.



(TPC point ext. + deux tg.)

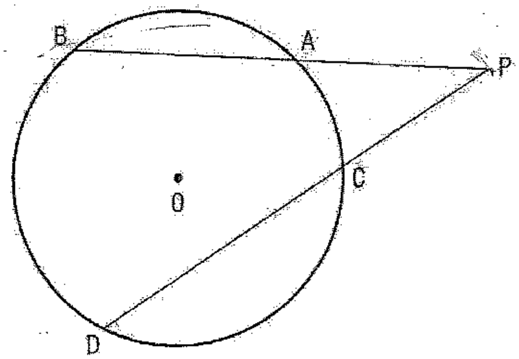
Ex :



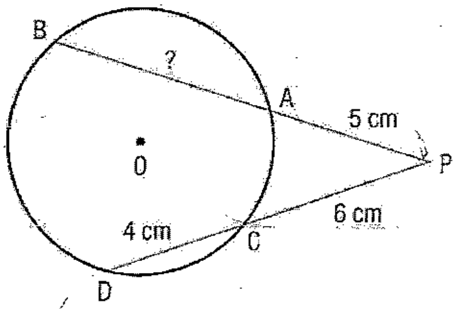
$$m\ \overline{PB} = m\ \overline{PA} = 7 \text{ cm}$$

$$m\angle APO = \frac{m\angle APB}{2} = 40°$$

Si, d'un point P extérieur à un cercle, on mène deux sécantes PAB et PCD, alors $m\ \overline{PA} \times m\ \overline{PB} = m\ \overline{PC} \times m\ \overline{PD}$.



Ex. :



$$m\ \overline{PA} \times m\ \overline{PB} = m\ \overline{PC} \times m\ \overline{PD}$$

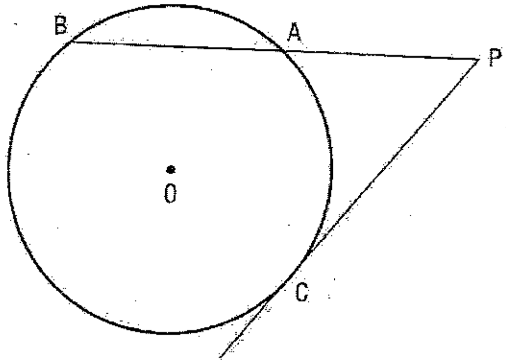
$$5 \times (5 + m\ \overline{AB}) = 6 \times (6 + 4)$$

$$m\ \overline{AB} = \frac{6 \times 10}{5} - 5$$

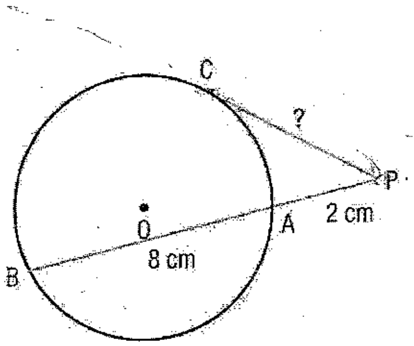
$$m\ \overline{AB} = 7 \text{ cm}$$

(TPC point ext. + sec.)

Si, d'un point P extérieur à un cercle, on mène une sécante PAB et une tangente PC, alors m $\overline{PA} \times$ m $\overline{PB} = (\text{m } \overline{PC})^2$.



Ex. :



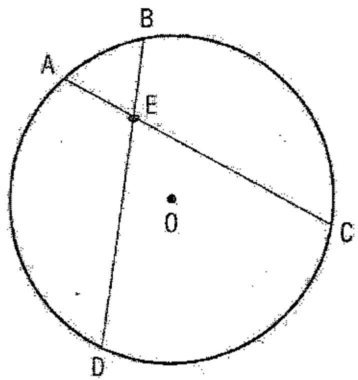
$$\text{m } \overline{PA} \times \text{m } \overline{PB} = (\text{m } \overline{PC})^2$$

$$2 \times (2 + 8) = (\text{m } \overline{PC})^2$$

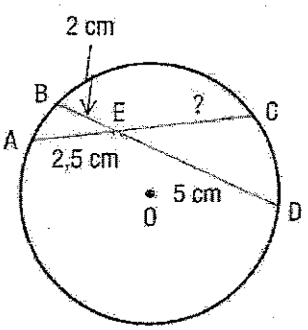
$$\text{m } \overline{PC} = \sqrt{20} \text{ cm ou} \approx 4{,}47 \text{ cm}$$

(TPC point ext. + séc et tg)

Lorsque deux cordes se coupent dans un cercle, le produit des mesures des segments de l'une égale le produit des mesures des segments de l'autre.



Ex. :



$$\text{m } \overline{AE} \times \text{m } \overline{CE} = \text{m } \overline{BE} \times \text{m } \overline{DE}$$

$$2{,}5 \times \text{m } \overline{CE} = 2 \times 5$$

$$\text{m } \overline{CE} = \frac{2 \times 5}{2{,}5}$$

$$\text{m } \overline{CE} = 4 \text{ cm}$$

(TPC deux cordes coupent dans un cercle)