

**RAS 3.8 et 3.6 Résolution d'équations quadratique à l'aide de la factorisation.**

Cours 1 : Retour sur la factorisation et les radicaux.

Exemple 1 : Factorise complètement.

a)  $4x^2 - 6x$

$$2x(2x-3)$$

b)  $x^2 - 3x + 2$

$$x^2 - x - 2x + 2$$

$$x(x-1) - 2(x-1)$$

$$(x-1)(x-2)$$

$$\begin{array}{r} -1 \times -2 = 2 \\ -1 + -2 = -3 \end{array}$$

c)  $9x^2 - 15x + 6$

$$3(3x^2 - 5x + 2) \quad \begin{array}{r} -3 \times -2 = 6 \\ -3 + -2 = -5 \end{array}$$

$$3(3x^2 - 3x - 2x + 2)$$

$$3[3x(x-1) - 2(x-1)]$$

$$3(x-1)(3x-2)$$

d)  $4x^2 - 9$

$$(2x-3)(2x+3)$$

Exemple 2 (Parcours C): Écris les radicaux suivants sous forme de radicaux mixtes.

a)  $\sqrt{98}$

$$\sqrt{49 \times 2}$$

$$7\sqrt{2}$$

b)  $\sqrt{800}$

$$\sqrt{400 \times 2}$$

$$\sqrt{400} \times \sqrt{2}$$

$$20\sqrt{2}$$



c)  $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3}$$

d)  $\sqrt{\frac{3}{8}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{4}$$



Devoir : Parcours B : Feuille retour sur la factorisation (partie factorisation)

Parcours C : Feuille retour sur la factorisation (parties factorisation et radicaux)

Question : Si deux nombres, a et b, tels que  $a \times b = 0$ , que peut-on conclure sur a et b ?

On peut conclure que soit  $a=0$  ou soit  $b=0$

Exemple 3 : Résous.

a)  $2x^2 + 3 = 5x + 1$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \begin{array}{l} -1 \times -4 = 4 \\ -1 + -4 = -5 \end{array}$$

$$2x^2 - x - 4x + 2 = 0$$

$$x(2x-1) - 2(2x-1) = 0$$

$$(2x-1)(x-2) = 0$$

$$2x-1=0 \quad x-2=0$$

$$x = 1/2$$

$$x = 2$$

c)  $3x^2 = 5x$

$$3x^2 - 5x = 0$$

$$x(3x-5) = 0$$

$$x = 0$$

$$3x-5=0$$

$$x = 5/3$$

b)  $x^2 + 9 = 6x$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \quad \begin{array}{l} -3 \times -3 = 9 \\ -3 + -3 = -6 \end{array}$$

$$x^2 - 3x - 3x + 9 = 0 \quad \begin{array}{l} -3 + -3 = -6 \end{array}$$

$$x(x-3) - 3(x-3) = 0$$

$$(x-3)(x-3) = 0$$

$$x-3=0$$

$$x = 3$$

d)  $(x-2)^2 - 4 = 0$

$$\sqrt{(x-2)^2} = \sqrt{4}$$

$$x-2 = \pm 2$$

$$x = 2 \pm 2$$

$$x = 4 \quad x = 0$$

e)  $(x-2)^2 = 8$

Parcours C

$$\sqrt{(x-2)^2} = \pm\sqrt{8}$$

$$x-2 = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = 2 + \sqrt{2} \quad \text{et} \quad x = 2 - 2\sqrt{2}$$

Parcours B

$$\sqrt{(x-2)^2} = \sqrt{8}$$

$$x-2 = \pm 2,83$$

$$x = 2 \pm 2,83$$

$$x = 4,83 \quad x = -0,83$$

Exemple 4 : Soit la fonction quadratique  $f$  définie par  $f(x) = 2x^2 - 8x - 10$

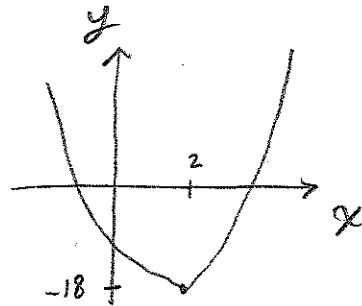
a) Détermine l'intervalle de croissance de  $f$ .  $\rightarrow$  Sommet?

$$y = 2x^2 - 8x - 10$$

$$y = 2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 10 \quad \rightarrow \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4$$

$$y = 2(x^2 - 4x + 4) - 8 - 10$$

$$y = 2(x-2)^2 - 18$$



Intervalle de croissance  $\rightarrow x \in [2, \infty[$

b) Détermine l'intervalle où  $f$  est strictement positive.  $\rightarrow$  zéro?  $\rightarrow$  remplace  $y$  par 0.

$$0 = 2x^2 - 8x - 10$$

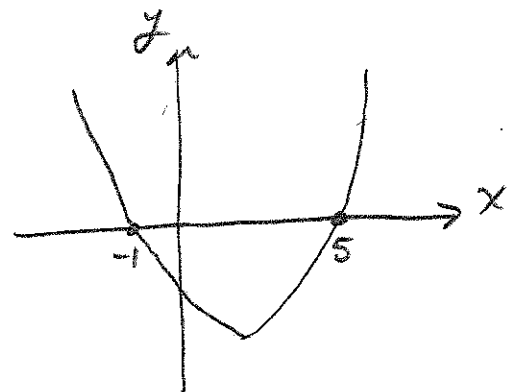
$$\frac{0}{2} = \frac{2(x^2 - 4x - 5)}{2}$$

$$0 = x^2 - 4x - 5 \quad \begin{array}{l} -5 \times 1 = -5 \\ -5 + 1 = -4 \end{array}$$

$$0 = x^2 + x - 5x - 5$$

$$0 = x(x+1) - 5(x+1)$$

$$0 = (x+1)(x-5)$$



$$x+1=0 \quad x-5=0$$

$$x = -1 \quad x = 5$$

strict. positif.

$$x \in ]-\infty, -1[ \cup ]5, \infty[$$

Devoir : Parcours B : Omnimaths 11, page 161, nos 21, 23, 29, 32, 37

pages 165-166, nos 6, 12, 32, 47, 57, 59

Feuille de travail 2 (sommet et zéros)

Parcours C : Omnimaths 11, page 161, nos 21, 23, 29, 32, 37, 65

pages 165-166, nos 6, 12, 32, 33, 44, 47, 49, 57, 59

Feuille de travail 2 (sommet et zéros)

Cours 3 : Les applications des équations quadratiques (Partie 1)

Exemple 5 : Le produit de deux nombre ayant une différence de 10 est 75. Quels sont ces deux nombres ?

$x$  : 1<sup>er</sup> nombre

$y$  : 2<sup>e</sup> nombre

$$y - x = 10 \Rightarrow y = x + 10$$

$$xy = 75$$

$$x(x+10) = 75$$

$$x^2 + 10x - 75 = 0 \quad \underline{15}x \underline{-5} = -75$$

$$x^2 + 15x - 5x - 75 = 0 \quad \underline{15} + \underline{-5} = 10$$

$$x(x+15) - 5(x+15) = 0$$

$$(x+15)(x-5) = 0$$

$$x+15=0 \quad x-5=0 \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} x = -15 & \text{et} & x = 5 \\ y = -5 & \text{et} & y = 15 \end{matrix}$$

les nombres  
sont  $-15$  et  $-5$   
ou  $5$  et  $15$ .

Exemple 6 : Une boulangerie vend chaque jour 50 miches d'une certaine sorte de pain à 1,50\$ la miche. Après quelques recherches, la boulangerie a découvert que, pour chaque augmentation de 10¢ la miche, ses ventes baisseront de deux miches. Quel sera le prix d'une miche si la boulangerie veut obtenir un revenu quotidien de 80\$ avec ce type de pain ?

$x$  : nombre d'augmentation de 10¢  
#Miche      Prix

$$R = (50 - 2x)(1,50 + 0,10x)$$

$$80 = 75 + 5x - 3x - 0,2x^2$$

$$\frac{0}{-0,2} = \frac{-0,2x^2}{-0,2} + \frac{2x}{-0,2} - \frac{5}{-0,2}$$

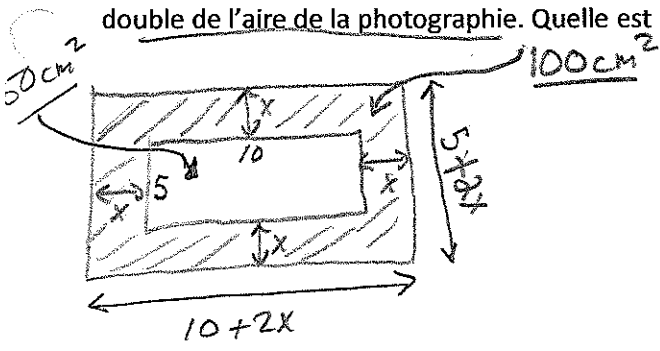
$$0 = x^2 - 10x + 25$$

$$0 = (x-5)(x-5)$$

$$x = 5$$

$$\Rightarrow \text{Prix} = 1,50 + 0,10(5) = \boxed{2\$}$$

Exemple 7 : Avant d'encadrer une photographie rectangulaire de 10 cm sur 5 cm, on doit l'entourer d'une bordure. La largeur de la bordure doit être la même de chaque côté de la photographie. L'aire de la bordure doit mesurer le double de l'aire de la photographie. Quelle est la largeur de la bordure ?



$x$ : Largeur de la bordure

$$(5+2x)(10+2x) = 150$$

$$50 + 20x + 10x + 4x^2 = 150$$

$$4x^2 + 30x - 100 = 0$$

$$2x^2 + 15x - 50 = 0 \rightarrow \frac{-5}{-5} \times \frac{20}{20} = \frac{-100}{20}$$

$$2x^2 - 5x + 20x - 50 = 0$$

$$x(2x-5) + 10(2x-5) = 0$$

$$(2x-5)(x+10) = 0$$

$$2x-5=0$$

$$x+10=0$$

$$x = 5/2$$

~~$$x = -10$$~~

↳ Impossible selon les restrictions

La largeur de la bordure est 2,5 cm

- Devoir : Parcours B : Omnimaths 11, pages 161-162, nos 69, 70, 73, 75, 78, 80, 82, 84  
 pages 166-167, nos 72, 73, 75b, 82b, 85  
 Visions, pages 160-162, nos 5, 6acd (forme canonique), 14b  
 Parcours C : Omnimaths 11, pages 161-162, nos 69, 73, 75, 78, 80, 82, 84  
 pages 166-167, nos 72, 73, 75a, 82a, 85  
 Visions, pages 160-162, nos 5(ajouter question b\*), 6a, 8, 9(forme canonique pour la b), 14b, 15  
 page 526, nos 4b, 13 (détermine la valeur de x seulement)

\*p. 160 5. b) Trouve la distance horizontale sous l'eau parcourue par le cormoran lorsqu'il attrape le poisson, au dixième de mètre près.

Cours 4 : Les applications des équations quadratiques (Partie 2) – Mélange complétion du carré et factorisation

Raisons  $0 = x^2 + 4x - 1$

~~$-x = -1$~~   
 ~~$-x = 4$~~

Donc, ne se factorise pas

- Devoir :  
 Parcours B : Feuille de travail 3 (Parcours B)  
 Parcours C : Feuille de travail 3 (Parcours C)

$$0 = x^2 + 4x - 1$$

$$0 = (x^2 + 4x + 4 - 4) - 1 \quad \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4$$

$$0 = (x^2 + 4x + 4) - 4 - 1$$

$$0 = (x+2)^2 - 5$$

$$\pm\sqrt{5} = \sqrt{(x+2)^2}$$

$$\pm\sqrt{5} = x+2$$

$$\Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$x = -2 + \sqrt{5} \text{ et } x = -2 - \sqrt{5}$$