## 3.5 Les systèmes d'inéquations linéaires

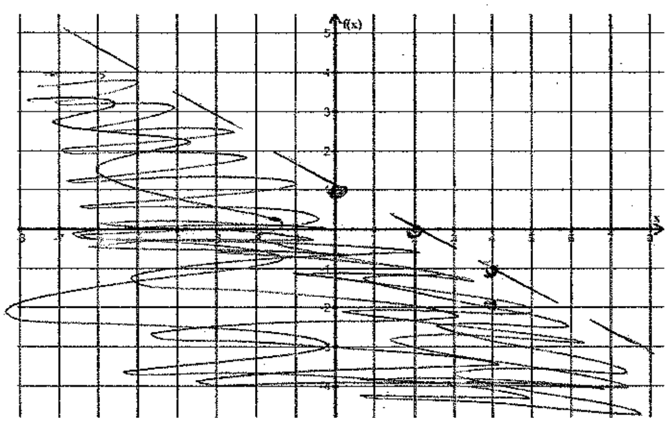
**Représentation graphique d'une inéquation linéaire**

Il est possible de représenter graphiquement l'ensemble-solution d'une inéquation du premier degré à deux variables dans un plan cartésien

- Tous les points dont les coordonnées vérifient une inéquation sont situées du même côté de la droite correspondant à l'équation formée à partir de cette inéquation. L'ensemble de ces points forme un **demi-plan** qui représente l'ensemble solution de cette inéquation. Habituellement, on colorie ou hachure ce demi-plan.
- La **droite frontière** d'un demi-plan correspond à un trait **plein** lorsque l'équation fait partie de l'inéquation (≤ ou ≥) et à un trait en **pointillé** lorsque l'équation en est exclue (< ou >).

Exemple 1 :

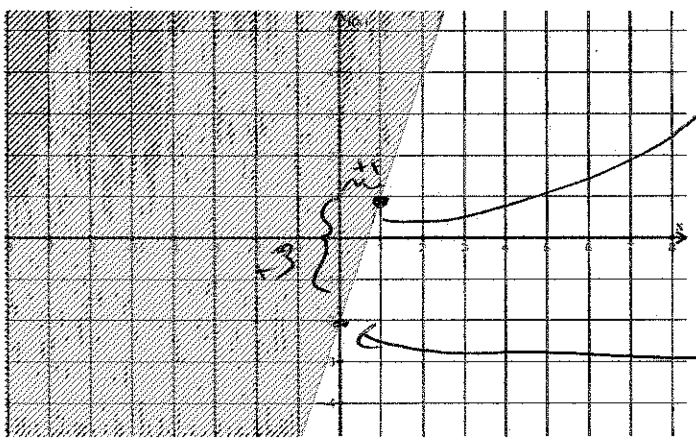
Représente graphiquement l'ensemble-solution de l'inéquation $2x + 4y < 4$



$$\frac{4y}{4} < \frac{-2x}{4} + \frac{4}{4}$$

$$y < -\frac{1}{2}x + 1$$

Exemple 2 : Détermine l'inéquation dont l'ensemble-solution est représenté ci-dessous.



$m = 3$

$b = -2$

$y \geq 3x - 2$

Devoir :

Parcours B et C : Visions, p. 273, nos 3 bdegh, 5ab, 6acd, 8a, 9, 10

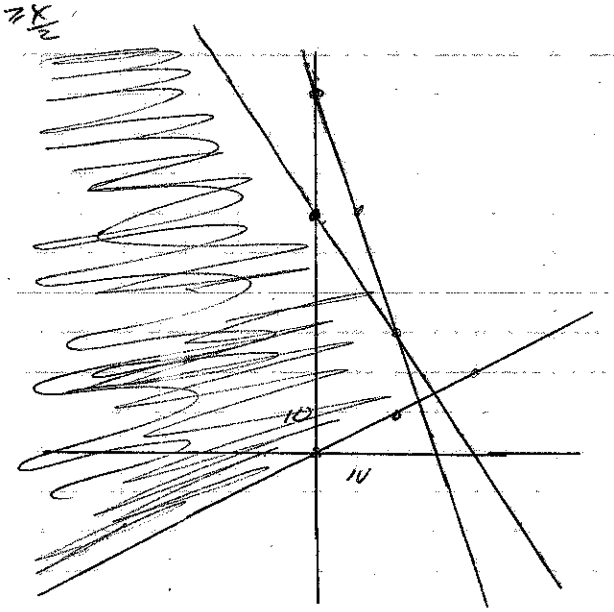
**Représentation graphique des systèmes d'inéquations linéaires**

**Exemple 1 : Représente graphiquement le système d'inéquations suivant.**

**$3x + y \le 90$** $\qquad$ **$3x + 2y \le 120$** $\qquad$ **$2y \ge x$**

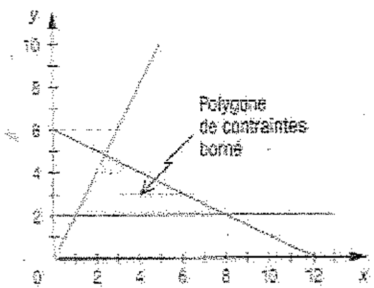
$y \le -3x + 90$ $\qquad$ $2y \le -3x + 120$ $\qquad$ $y \ge \frac{x}{2}$

$y \le -\frac{3x}{2} + 60$

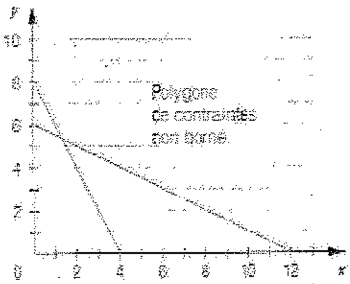



La solution d'un système d'inéquation est appelé **polygone de contraintes**. Il existe deux types de polygones de contraintes, soit **borné** et **non borné :**

Ex. : 1) $y \ge 2$ $\quad$ $y \le 2x$ $\quad$ $x + 2y \le 12$




2) $x \ge 0$ $\quad$ $y \ge 0$ $\quad$ $x + 2y \ge 12$ $\quad$ $2x + y \ge 8$




**Afin de déterminer algébriquement les coordonnées d'un sommet d'un polygone de contraintes, il suffit de résoudre le système d'équations associé aux droites frontières qui forment ce sommet.**

**Systèmes d'inéquations particuliers (Parcours C):**

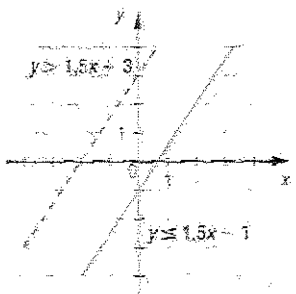
**Lorsque les droites frontières associées à un système d'inéquations du premier degré à deux variables sont parallèles, cela donne lieu à certains cas particulier. Les possibilités sont :**

1) **L'ensemble-solution est l'ensemble vide.**
2) **L'ensemble solution est la droite frontière seulement.**
3) **L'ensemble-solution est le demi-plan défini par seulement une des deux inéquations**
4) **L'ensemble solution est constitué de l'ensemble des couples se situant entre les deux droites frontières.**

**Dans la figure ci-dessous, on présente un exemple pour chaque possibilité.**

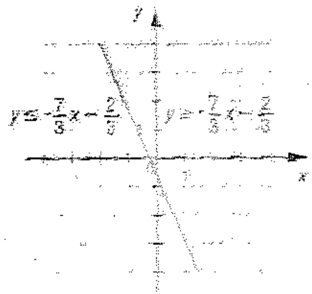
Ex. :

1)



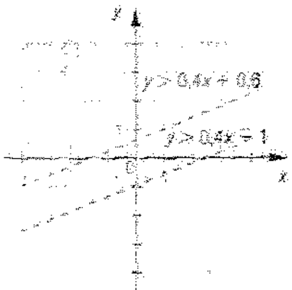

L'ensemble-solution est vide.

2)



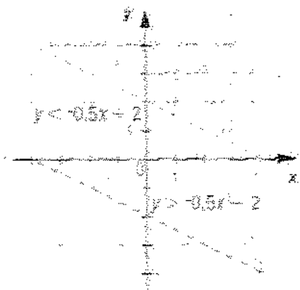

L'ensemble-solution est constitué des couples qui vérifient l'équation $y = -\frac{7}{3}x - \frac{2}{3}$.

)




L'ensemble-solution est constitué des couples qui vérifient l'inéquation $y > 0,4x + 0,6$.

4)




L'ensemble-solution est constitué des couples associés aux points de la région comprise entre les deux droites frontières.

**Dans certains contextes, on doit ajouter des inéquations qui sont implicitement liées à ce contexte. On appelle ces inéquations les restrictions s'appliquant aux variables.**

**Exemple 2 : Une compagnie fabrique des lampes à deux ampoules pour chambre à coucher et des lampes à quatre ampoules pour salon. Chaque jour, la compagnie reçoit 480 ampoules et 180 abat-jour. La compagnie doit, au minimum, fabriqué le même nombre de lampe pour chambre à coucher que de lampe pour salon. Trace le polygone de contrainte représentant l'ensemble-solution pour le nombre de lampe de chaque type produit en une journée.**

x : Qté lampes chambre à coucher

y : " " salon

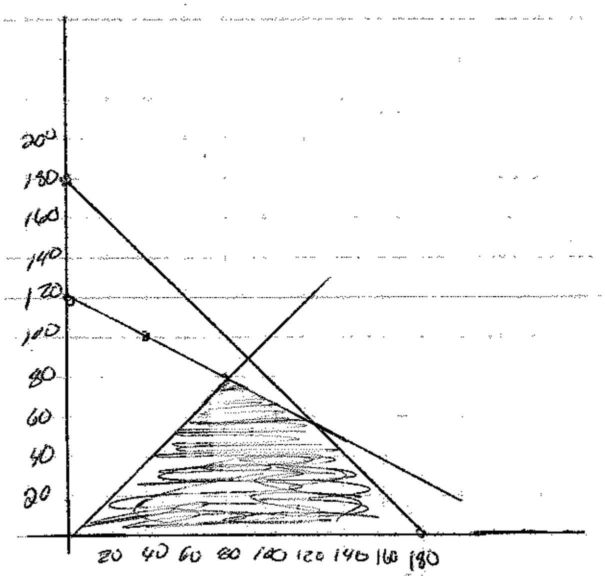
$2x + 4y \leq 480 \rightarrow y \leq -\frac{1}{2}x + 120$

$x + y \leq 180 \rightarrow y \leq -x + 180$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x \geq y$




**Devoir :**

**Parcours B : Visions, pp. 283-288, nos 1d, 2ab, 3e, 5c, 6d, 7c, 10, 13a, 14**

**Parcours C : Visions, pp. 283-288, nos 1c, 2ab, 3e, 5c, 6c, 7c, 8acd, 10, 12, 13ab, 14**