

### 3.5 modéliser et résoudre des problèmes qui se traduisent par un système d'équations

#### Rappel : Méthodes pour tracer un graphique

##### 1. À l'aide d'un tableau de valeurs

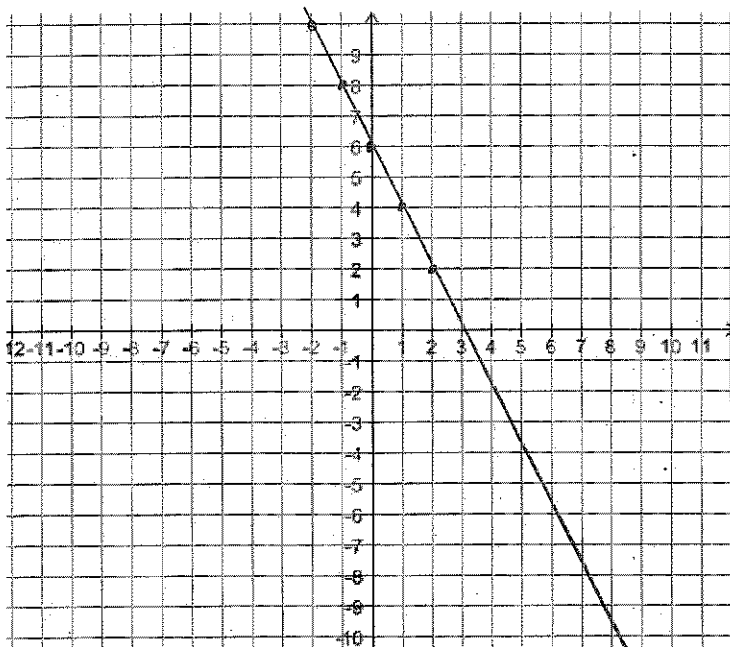
Trace  $2y + 4x = 12$ .

$$\frac{2y}{2} = \frac{-4x + 12}{2}$$

Isole d'abord  $y$  :

$$y = -2x + 6$$

x	y
-2	10
-1	8
0	6
1	4
2	2



##### 2. À l'aide de la pente et de l'ordonnée à l'origine ( $y = mx + b$ )

Ex. Trace  $2y + 4x = 12$ . (on isole  $y$ )

$$\rightarrow 2y = 12 - 4x$$

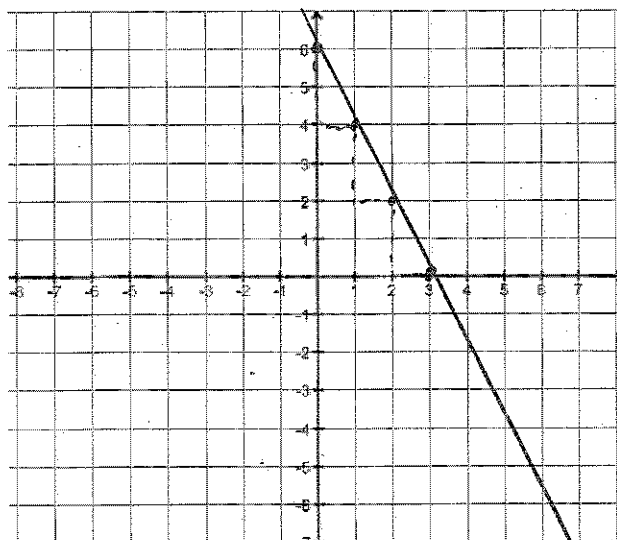
$$\rightarrow y = 6 - 2x \text{ ou } y = -2x + 6$$

m                  b

pente              ord. à l'or.

- la pente est donc -2 et l'ordonnée à l'origine est 6.

- On trace ainsi le graphique en plaçant d'abord l'ordonnée à l'origine ( $b$ ), et en se déplaçant ensuite à l'aide de la pente ( $m$ )



### 3. À l'aide des coordonnées à l'origine (abs. et ord. à l'origine)

On trouve l'abscisse à l'origine (le  $x$ ) en mettant  $y=0$  et l'ordonnée à l'origine (le  $y$ ) en mettant  $x=0$  dans l'équation de départ. On trace ensuite les deux points obtenus sur le graphique.

Ex. : Trace  $2y + 4x = 12$ .

abs. à l'or. ( $y=0$ )

$$2(0) + 4x = 12$$

$$4x = 12$$

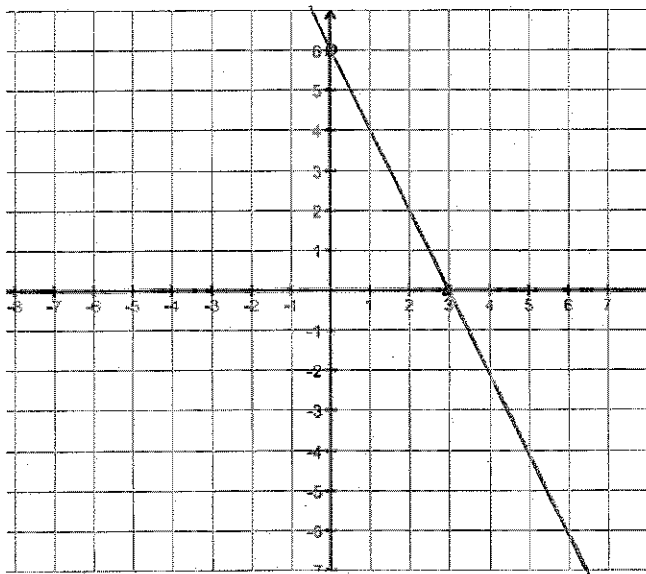
$$x = 3$$

ord. à l'or. ( $x=0$ )

$$2y + 4(0) = 12$$

$$2y = 12$$

$$y = 6$$



Rappel : Comment tracer une droite à partir de sa forme canonique (Standard) ?

<http://www.youtube.com/watch?v=I9m6ECZgzs4>



### Systeme à deux équations à deux inconnues

Mise en situation :



Un enseignant de chimie doit préparer 10 L d'une solution contenant 42% d'acide sulfurique. Il dispose au laboratoire de solutions d'acide sulfurique à 30% et 50% par volume. Combien de litres de chaque solution doit-il mélanger pour obtenir une solution à 42% ?

## Résolution d'un système d'équations linéaires graphiquement

**appel :** Résolution graphique d'un système d'équations linéaires

**exemple 1 :** Résous graphiquement le système d'équations suivant :

①  $2y + 3x = 8$

②  $y + 2x = 0$

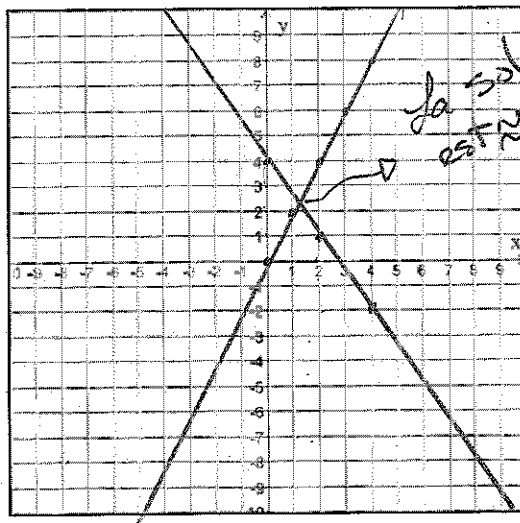
①  $2y + 3x = 8$


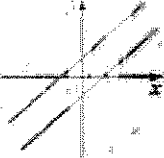
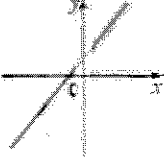
$2y = -3x + 8$

$y = -\frac{3}{2}x + 4$

②  $y + 2x = 0$

$y = -2x$



Graphiques	Pentes des droites	Coordonnées à l'origine	Nombre de solutions
Droites qui se coupent 	Différentes	Différentes, sauf si les droites se coupent sur un axe ou à l'origine	Solution unique
Droites parallèles 	Identiques	Différentes	Aucune solution
Droites coïncidentes (ou confondues) 	Identiques	Identiques	Infinité de solutions

## Résolution d'un système d'équations linéaires par substitution

### Mise en situation :

L'équipe de soccer a organisé un barbecue pour recueillir des fonds en vue d'un voyage. Les membres de l'équipe vendaient des hot dog à 2 \$ et des hamburgers à 3 \$. Les ventes totales se sont élevées à 437 \$ et 173 articles ont été vendus. Combien de hamburgers ont-ils vendus?

Structure et mathématise ce problème sans le résoudre.

Exemple 2: Résous le système d'équations par la méthode de substitution.

$$\begin{aligned}x &= 6 - 4y \\ 2x - 3y &= 1\end{aligned}$$

$$x = 6 - 4y$$

$$x = 6 - 4(1)$$

$$\boxed{x = 2}$$

$$2x - 3y = 1$$

$$2(6 - 4y) - 3y = 1$$

$$12 - 8y - 3y = 1$$

$$12 - 11y = 1$$

$$\frac{-11y}{-11} = \frac{-11}{-11}$$

$$\boxed{y = 1}$$

Étapes

- ① Isole une variable.
- ② Substitu (Remplace dans l'autre équation)
- ③ Résous  
 $x = ?$   $y = ?$

La solution est (2, 1)

À toi de jouer!

Résous le système d'équations par la méthode de substitution.

$$5x - 3y - 2 = 0$$

$$7x + y = 0$$

## Résolution d'un système d'équations linéaires par élimination/réduction

### Mise en situation :

La superficie de Regina équivaut aux deux tiers de la superficie de Calgary. La différence entre les superficies de ces deux villes est de  $1700 \text{ km}^2$ . Quelle est la superficie des deux villes ?

Structure et mathématiser ce problème sans le résoudre.

Exemple 3: Résous ce système d'équation par la méthode d'élimination.

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 19 \\ 5x - 2y = 5 \end{array} + \begin{array}{r} 3x + 2y = 19 \\ 5x - 2y = 5 \end{array}$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{24}{8}$$

$$\boxed{x = 3}$$

$$3(3) + 2y = 19$$

$$9 + 2y = 19$$

$$2y = 10$$

$$\boxed{y = 5}$$

La solution est  $(3, 5)$

### Étapes

- ① Aligner les variables
- ② Multiplier l'une ou les deux équations pour éliminer l'une des variables.
- ③ Additionner les équations
- ④ Résous  
 $x = ?$   $y = ?$

À toi de jouer!

Résous ce système d'équation par la méthode d'élimination.

$$4x + 3y = 5$$

$$4x - 7y = 15$$

### Devoir

Parcours B : Feuille de travail 1, nos 1abc, 2abefi, 3abcd

Parcours C : Feuille de travail 1, nos 1abc, 2acefi, 3abcd, 4

**Exemple 4 :** Marie veut investir 40 000\$. Elle place une partie de cette somme dans les obligations qui produisent 4,2% d'intérêts par année et le reste dans une deuxième hypothèque qui rapporte 6% par année. Si le total des intérêts reçus après un an s'élève à 1950\$, quel montant Marie a-t-elle attribué à chaque placement ?

$x$ : 1<sup>er</sup> placement à 4,2%  
 $y$ : 2<sup>e</sup> placement à 6%.

$$0,042x + 0,06(40000 - x) = 1950$$

$$0,042x + 2400 - 0,06x = 1950$$

$$-0,018x = -450$$

$$x = 25000$$

$$\textcircled{1} x + y = 40000$$

$$\textcircled{2} 0,042x + 0,06y = 1950$$

$$y = 40000 - x$$

$$\textcircled{1} x + y = 40000$$

$$25000 + y = 40000$$

$$y = 15000$$

Marie a placé un montant de 25000\$ à du 4,2% et 15000\$ à du 6%.

**Exemple 5 :** Un enseignant de chimie doit préparer 10 L d'une solution contenant 42 % d'acide sulfurique. Il dispose au laboratoire de solutions d'acide sulfurique à 30% et 50% par volume. Combien de litres de chaque solution doit-il mélanger pour obtenir une solution de 42 % ?

$x$ : Montant de litre (1<sup>ère</sup> solution) à 30%  
 $y$ : Montant de litre (2<sup>e</sup> solution) à 50%

$$\textcircled{1} x + y = 10$$

$$\textcircled{2} 3x + 5y = 42$$

$$\textcircled{2} [0,30x + 0,50y = 10(0,42)] \times 10$$

*Elimination*

$$\begin{array}{r} -3 \times \textcircled{1} \quad -3x - 3y = -30 \\ + \textcircled{2} \quad 3x + 5y = 42 \\ \hline 2y = 12 \end{array}$$

$$y = 6$$

$$x + y = 10$$

$$x + 6 = 10$$

$$x = 4$$

Pour obtenir une solution de 10L à 42%, ça nous prend 4L à 30% et 6L à 50%.

**Exemple 6 :** Il a fallu à Nicole 5 heures et demie pour franchir en voiture les 500 kilomètres qui séparent Edmonton à Lethbridge. Elle a parcouru une partie du trajet à 100 km/h et le reste à 80 km/h. Quelle distance a-t-elle parcourue à chaque vitesse ?

$x$ : distance à 100 km/h  
 $y$ : distance à 80 km/h

$$d = tv$$

$$t = \frac{d}{v}$$

$$\textcircled{1} x + y = 500$$

$$\rightarrow \textcircled{1} x + y = 500 \rightarrow x = 500 - y$$

$$\textcircled{2} \left( \frac{x}{100} + \frac{y}{80} = 5,5 \right) \times 800$$

$$\textcircled{2} 8x + 10y = 4400$$

$$\textcircled{1} x + y = 500$$

$$x + 200 = 500$$

$$x = 300$$

$$8(500 - y) + 10y = 4400$$

$$4000 - 8y + 10y = 4400$$

$$2y = 400$$

$$y = 200$$

Nicole parcourt 200 km à 80 km/h et 300 km à 100 km/h.

**Devoir**

Parcours B : Feuille de travail 2, nos 1 à 6, 8, 9, 11, 13, 15

Parcours C : Feuille de travail 2, nos 1, 3, 5, 7 à 10, 12, 14 à 17