

2.3 Modéliser et résoudre des problèmes financiers liés à des situations de la vie courante

Achat, location et entretien d'un véhicule

Louer ou acheter sa voiture?

Les mythes véhiculés dans le monde de l'auto sont tenaces. Les concessionnaires n'hésitent pas à vous attirer à coups de pages dans les journaux avec des offres tout aussi incroyables les unes que les autres.



Est-ce que la location est vraiment si avantageuse qu'on le dit ?

Pour y voir plus clair il faut d'abord se poser quatre questions :

- A-t-on l'intention de garder le véhicule longtemps?
- Quels sont les taux d'intérêt actuels de la location et du prêt achat?
- Peut-on se permettre de payer des mensualités élevées pour acheter le véhicule?
- Est-on préoccupé par la perte de valeur résiduelle du véhicule?

Quel sont les avantages à l'achat du véhicule ?

Quel sont les avantages à la location du véhicule ?

** Afin de faire cette décision, nous devrions peut-être comprendre qu'est-ce qu'un prêt et comment il fonctionne.

Prêts :

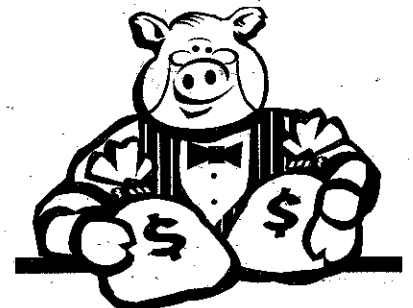
- Contrat par lequel une somme d'argent est mise à la disposition d'une personne (l'emprunteur), à charge pour elle de la rembourser selon des modalités déterminées. (Montant d'année, de mois,...)
- Types de prêts disponibles (prêt à la consommation, marge de crédit, prêt hypothécaire, etc.)

Placement :

- Les types de placements possibles
 - CELI, REER, HORS-REER
- Comptes chèque, épargne stable, épargne à terme, épargne à rendement boursiers , fonds mutuels etc....

Quelles sont les avantages à économiser?

** Maintenant que nous une idée de quoi s'agit un prêt et un placement, allons étudier leurs fonctionnements. Pour cela, nous devons comprendre l'inrêrêt.



Intérêt simple et composé

- L'intérêt simple se calcule à l'aide de la relation $I = Cid$

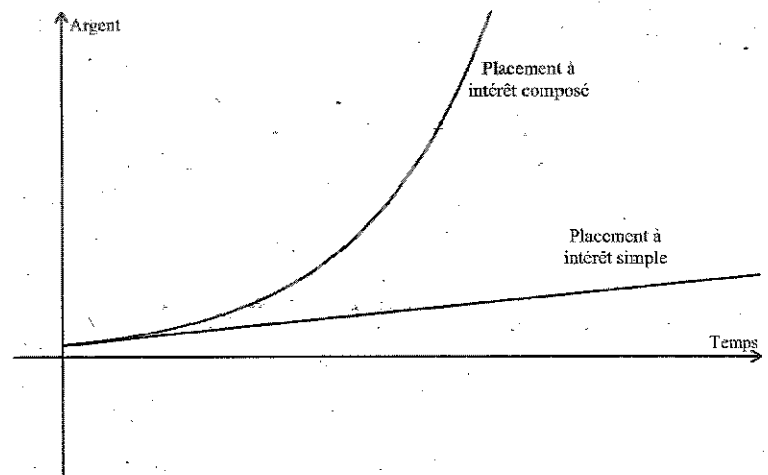
Où I est le montant d'intérêt produit (en \$), C est le capital investi (en \$), i est le taux d'intérêt dans sa notation décimale et d est la durée du prêt ou placement. Dans un cas d'intérêt simple, l'intérêt est seulement ajouté au capital à la fin du placement.

- L'intérêt composé se distingue de l'intérêt simple dans la façon d'attribuer l'intérêt. Dans un placement (ou prêt) à intérêt composé, les montants en intérêt rapportés par le placement sont ajoutés au placement à chaque période de capitalisation.

L'exemple ci-dessous présente la distinction entre deux placements identiques en tout point sauf le type d'intérêt.

	Henri investit 100\$ à un taux d'intérêt annuel simple de 10 % pendant 5 ans.	Henri investit 100\$ à un taux d'intérêt annuel de 10 % composé annuellement pendant 5 ans.
An 1	$I = 100 \times 0,1 \times 1$ $I = 10\$$	$I = 100 \times 0,1 \times 1$ $I = 10\$$
An 2	$I = 100 \times 0,1 \times 1$ $I = 10\$$	$C = 100 + 10 = 110 \$$ $I = 110 \times 0,1 \times 1$ $I = 11\$$
An 3	$I = 100 \times 0,1 \times 1$ $I = 10\$$	$C = 110 + 11 = 121$ $I = 121 \times 0,1 \times 1$ $I = 12,10\$$
An 4	$I = 100 \times 0,1 \times 1$ $I = 10\$$	$C = 121 + 12,10 = 133,10 \$$ $I = 133,10 \times 0,1 \times 1$ $I = 13,31 \$$
An 5	$I = 100 \times 0,1 \times 1$ $I = 10\$$	$C = 133,10 + 13,31 = 146,41\$$ $I = 146,41 \times 0,1 \times 1$ $I = 14,64\$$
Total après 5 ans	$100 + 5 \times 10$ 150 \$	$146,41 + 14,64$ 161,05\$

On constate qu'après seulement 5 ans, la différence entre les deux placements est supérieure à 11\$. Dans le graphique ci-contre, on retrouve la comparaison graphique des valeurs des deux placements à long terme. Plus on avance dans le temps, plus l'écart s'accroît. L'intérêt simple se modélise à l'aide d'une fonction affine (une droite) tandis que l'intérêt composé se modélise à l'aide d'une fonction exponentielle.



La formule pour calculer l'intérêt simple est :

$$I = Cid$$

où
 $I \rightarrow$ Montant d'intérêt (\$)
 $C \rightarrow$ Capital (\$)
 $i \rightarrow$ taux d'intérêt (%)
 $d \rightarrow$ durée (année)

Exemple 1 : Quel sera l'intérêt sur 1000\$ à du 8% :

a) au bout de 1 an?

$$I = Cid$$

$$I = (1000)(0,08)(1)$$

$$I = 80 \$$$

b) au bout de 65 jours?

$$I = Cid$$

$$I = (1000)(0,08)\left(\frac{65}{365}\right)$$

$$I = 14,25 \$$$

Exemple 2 : Combien d'argent doit-on placer en banque pour avoir 75 \$ d'intérêt après 8 mois à un taux d'intérêt simple de 2% ?

$$I = 75 \$ \quad C = ?$$

$$d = 8 \text{ mois} \rightarrow \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$i = 2\%$$

$$I = Cid$$

$$C = \frac{I}{id} = \frac{75}{(0,02)\left(\frac{2}{3}\right)} = 5625 \$$$

La formule pour calculer l'intérêt composé est :

$$M = C(1+i)^n$$

où
 $M \rightarrow$ Montant Final (\$)
 $C \rightarrow$ Capital (\$)
 $i \rightarrow$ taux d'intérêt/période de capitalisation
 $n \rightarrow$ # de période de capitalisation

La période de capitalisation est l'intervalle de temps que l'on doit écouler avant d'ajouter les intérêts au capital. Le tableau ci-dessous présente les principales périodes de capitalisation.

<u>Période de capitalisation</u>	<u>Nombre de capitalisation/année</u>	<u>Durée d'une période de capitalisation</u>
<u>annuelle</u>	<u>1</u>	<u>1 an</u>
<u>semestrielle</u>	<u>2</u>	<u>6 mois</u>
<u>trimestrielle</u>	<u>4</u>	<u>3 mois</u>
<u>mensuelle</u>	<u>12</u>	<u>1 mois</u>
<u>hebdomadaire</u>	<u>52</u>	<u>1 semaine</u>
<u>quotidienne</u>	<u>365</u>	<u>1 jour</u>

RAPPEL IMPORTANT : En mathématiques financières, on arrondit soit à l'entier près (ex : 10\$) ou à deux décimales (ex : 10,30\$) et non à une décimale. Écrire un montant tel que 10,3\$ constitue une erreur de communication mathématique.

$$M = C(1+i)^n$$

Pratiquons-nous

Complète le tableau suivant.

Capital	Taux annuel d'intérêt	Période de capitalisation	Temps	i	n	Montant final
2 680\$	12 %	Mensuellement	1½ a	$\frac{0,12}{12}$	18	3205,68\$
3 550\$	12 %	Semestriellement	3 a	$\frac{0,12}{2}$	6	5035,74\$
6 225\$	8 %	Trimestriellement	4 a	$\frac{0,08}{4}$	16	8545,59\$
4 250\$	10 %	Quotidiennement	2 a	$\frac{0,10}{365}$	730	5190,82\$
2 115\$	10 %	Annuellement	5 a	$\frac{0,10}{1}$	5	3406,23\$
3 225\$	6 %	Trimestriellement	2½ a	$\frac{0,06}{4}$	10	3742,74\$
570\$	6¼ %	Mensuellement	8 mois	$\frac{0,0625}{12}$	8	594,19\$
2 485\$	7½ %	Hebdomadairement	2 a	$\frac{0,075}{52}$	104	2886,85\$
3 210\$	3¾ %	Semestriellement	10 a	$\frac{0,0375}{2}$	20	4654,33\$

Inflation : Situation ou phénomène caractérisé par une hausse généralisée et continue du niveau des prix.

Dépréciation : Diminuer la valeur de quelque chose. Perte de valeur.

Exemple 1 : Christian avait besoin de se procurer du matériel pour son entreprise d'aménagement paysager. Il a emprunté 2 500\$ à la banque à un taux d'intérêt annuel de 9% capitalisé semestriellement. Quelle est la somme qu'il devra rembourser au bout de 3 ans ?

$$C = 2500 \$$$

$$i = \frac{0,09}{2}$$

$$n = 3 \times 2 = 6$$

$$M = ?$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 2500 \left(1 + \frac{0,09}{2}\right)^6$$

$$M = 3255,65 \$$$

Exemple 2 : Jean veut accumuler assez d'argent pour se payer une motocyclette de 8 000\$ dans 4 ans. Aujourd'hui, il prévoit faire un placement à 7% d'intérêt composé trimestriellement. À combien doit s'élever ce placement ?

$$M = 8000$$

$$C = ?$$

$$i = \frac{0,07}{4}$$

$$n = 4 \times 4 = 16$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$8000 = C \left(1 + \frac{0,07}{4}\right)^{16}$$

$$C = \frac{8000}{\left(1 + \frac{0,07}{4}\right)^{16}}$$

$$C = 6060,93 \$$$

Exemple 3 : Durant sa première année de travail à temps plein, Georges a réussi à économiser 2 000\$. Il décide de placer ce montant dans un REÉR. La banque A lui offre un taux d'intérêt annuel de 8% composé trimestriellement pendant 5 ans. Pour la même durée, la banque B lui offre un taux d'intérêt annuel de ~~8,5%~~ 8,1% composé annuellement. À quelle banque le placement de Georges rapportera-t-il le plus d'intérêts ?

A

$$C = 2000 \$$$

$$i = \frac{0,08}{4}$$

$$n = 5 \times 4 = 20$$

$$M = 2000 \left(1 + \frac{0,08}{4}\right)^{20}$$

$$M = 2971,89 \$$$

B

$$C = 2000 \$$$

$$i = \frac{0,081}{1}$$

$$n = 5$$

$$M = 2000 \left(1 + 0,081\right)^5$$

$$M = 2952,29 \$$$

* Exploiter le fait que la banque A offre le meilleur placement malgré un taux d'intérêt nominal plus faible.

Exemple 4 : Dans le domaine de l'assurance, on applique parfois le concept de dépréciation de la valeur d'un bien pour en déterminer la valeur. La compagnie d'assurance de Georges applique une dépréciation annuelle de 10% sur les meubles. Selon sa compagnie d'assurance, quelle est la valeur de son mobilier de salon acheté au coût de 3 750\$ il y a 3 ans ?

$$C = 3750$$

$$M = ?$$

$$i = -0,1$$

$$n = 3$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = 3750(1+(-0,1))^3$$

$$M = 3750(0,9)^3$$

$$M = 2733,75 \$$$

Exemple 5 (Parcours B) : Détermine le taux d'intérêt annuel composé annuellement si un investissement de 100\$ rapporte 25\$ d'intérêts en 4 ans.

$$C = 100 \$$$

$$M = 100 + 25$$

$$= 125 \$$$

$$n = 4$$

$$i = ?$$

$$M = C + I$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$\frac{125}{100} = \frac{100(1+i)^4}{100}$$

$$\sqrt[4]{1,25} = \sqrt[4]{(1+i)^4}$$

$$1,05737 = 1+i$$

$$i = 0,0574$$

$$\Rightarrow \boxed{5,74\%}$$

Exemple 6 (Parcours C): Détermine le taux d'intérêt annuel composé mensuellement si un investissement de 100\$ rapporte 25\$ d'intérêts en 4 ans. (Vidéo en ligne: <http://youtu.be/OOxemFAPg1w>)



$$C = 100 \$$$

$$M = 100 + 25 \\ = 125 \$$$

$$n = 4 \times 12 = 48$$

$$i = ?$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$125 = 100(1 + \frac{i}{12})^{48}$$

$$\sqrt[48]{1,25} = \sqrt[48]{(1+i)^{48}}$$

$$1,004659647 = 1 + \frac{i}{12}$$

$$i = 0,004659647 \text{ (Par mois)}$$

$$0,004659647 \times 12$$

$$= 0,0559$$

$$\boxed{5,59\%}$$

Exemple 7 (Parcours C): Détermine le taux d'intérêt annuel réel d'un placement ayant un taux d'intérêt annuel de 6% composé semestriellement. (Vidéo en ligne: <http://www.youtube.com/watch?v=IUhRChgbQw4>)



$$M = ?$$

$$C = C$$

$$i = \frac{0,06}{2}$$

$$n = 2$$

$$M = C(1+i)^n$$

$$M = C(1 + \frac{0,06}{2})^2$$

$$M = 1,0609 C$$

Le taux d'intérêt annuel réel est de 6,09%.

Devoir :

Parcours B : 2.3 Feuille de travail, nos 1 à 5, 7, 9, 11 à 14, 15ab, 17 à 19, 22

Parcours C : 2.3 Feuille de travail, nos 1 à 5, 7, 9, 10, 11, 13, 15abcd, 16 à 20